



MINISTERUL EDUCAȚIEI
ȘI CERCETĂRII
AL REPUBLICII MOLDOVA

МИХАЙ МАРИНЧУК
СПИРИДОН РУСУ

10

Физика

Учебник для 10-го класса

ȘTIINȚA

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII AL REPUBLICII MOLDOVA

МИХАЙ МАРИНЧУК • СПИРИДОН РУСУ



Физика

Учебник для 10-го класса

Știința, 2026

Acest manual este proprietate publică, editat din sursele financiare ale Fondului special pentru manuale.
Manualul școlar a fost elaborat în conformitate cu prevederile Curriculumului la disciplină, aprobat prin Ordinul ministrului educației și cercetării nr. 906, din 17 iulie 2019.
Manualul a fost aprobat prin Ordinul ministrului educației și cercetării nr. 1333, din 06.07.2026, ca urmare a evaluării calității metodic-științifice.

Comisia de evaluare:

Dumitru Untila, profesor, grad didactic superior, Instituția Privată Liceul „Columna”, Chișinău
Olga Machevnina, profesoară, grad didactic superior, Instituția Publică Liceul Teoretic „Academia Copiilor”, Chișinău
Liliana Dmitroglu, doctor, conferențiar universitar, Universitatea de Stat din Moldova
Rodica Bețșor, profesoară, grad didactic superior, Instituția Publică Liceul Teoretic „Mihai Eminescu”, Bălți
Sergiu Chiriac, profesor, grad didactic superior, Instituția Publică Liceul Teoretic „Gaudeamus”, Chișinău

(Denumirea instituției de învățământ)

EVIDENȚA UTILIZĂRII MANUALULUI:

Anul de folosire	Numele și prenumele elevului	Anul de studii	Aspectul manualului	
			La primire	La returnare

Dirigintele clasei verifică dacă numele, prenumele elevului sunt scrise corect. Elevii nu vor face niciun fel de însemnări în manual.
Aspectul manualului (la primire și la returnare) se va aprecia de diriginte cu unul dintre calificativele: nou, bun, satisfăcător, nesatisfăcător.

ÎNȚREPRINDEREA
EDITORIAL-POLIGRAFICĂ

ȘTIINȚA

str. Academiei, nr. 3; MD-2028, Chișinău, Republica Moldova
tel.: +373 22 739616 (anticamera)
+373 22 739983; +373 60966868 (vânzări)
e-mail: prini_stiinta@yahoo.com
www.editurastiinta.md

Responsabilă de ediție: Natalia Ciobanu

Redactor: Tatiana Șarșov

Corector: Mariana Belenciuc

Redactor tehnic: Nina Duduciuc

Machetare computerizată și copertă: Romeo Șvet

Î.E.P. Știința se obligă să achite deținătorilor de copyright, care încă nu au fost contactați, costurile de reproducere a imaginilor folosite în prezenta ediție.

Toate drepturile asupra acestei ediții aparțin Întreprinderii Editorial-Poligrafice Știința.

Descrierea Cîp a Camerei Naționale a Cărții din Republica Moldova

Маринчук, Михай.

Физика: Учебник для 10-го класса / Михай Маринчук, Спиридон Русу; comisia de evaluare: Dumitru Untila [et al.];
traducere din limba română: Galina Lupanciuc; Ministerul Educației și Cercetării al Republicii Moldova. – [Chișinău]: Știința, 2026
(Bavat-Print). – 168 p.: fig., tab. color.

Editat din sursele financiare ale Fondului special pentru manuale.

ISBN 978-9975-85-609-6.

Text: nemediat.

Imprimare la **BAVAT-PRINT SRL**

str. Columna, 170, MD-2004, Chișinău, Republica Moldova

© Viorel Marinciuc (moștenitor), Spiridon Rusu. 2026
© Traducere din limba română: Galina Lupanciuc. 2026
© Întreprinderea Editorial-Poligrafică Știința. 2026

Содержание¹

Глава I.

Кинематика

1.1	Основные понятия кинематики	8
а.	Материальная точка и абсолютно твёрдое тело – модели, используемые в механике	8
б.	Относительность движения. Система отсчёта	9
в.	Единицы измерения длины и времени	10
г.	Пространство и время в классической механике	11
1.2	Траектория. Перемещение и пройденный путь	12
а.	Описание движения материальной точки	12
б.	Траектория	13
в.	Перемещение и пройденный путь	13
1.3	Векторные величины. Действия над векторами	14
а.	Сложение векторов	14
б.	Вычитание векторов	15
в.	Проекция вектора	16
1.4	Элементы теории погрешностей	18
а.	Измерения и погрешности	18
б.	Погрешности прямых измерений	19
в.	Погрешности косвенных измерений	19
г.	Погрешность единичного измерения	20
д.	Графическая обработка экспериментальных данных	20
1.5	Прямолинейное равномерное движение. Скорость	22
а.	Закон прямолинейного равномерного движения	22
б.*	Графическое представление закона прямолинейного равномерного движения	22
	Лабораторная работа № 1	
	Изучение прямолинейного равномерного движения	25

¹ Куррикулярное содержание, отмеченное звездочкой (*), предназначено для реального профиля; материал без такой отметки – для реального и гуманитарного профиля; а материал, отмеченный символом (у), подлежит изучению на углублённом уровне.

1.6 *	Относительность механического движения	26
1.7	Прямолинейное равнопеременное движение. Ускорение	29
а.	Прямолинейное неравномерное движение. Средняя скорость. Мгновенная скорость	29
б.	Ускорение. Уравнение скорости. Закон прямолинейного равнопеременного движения	30
в.*	Графическое представление закона прямолинейного равнопеременного движения и уравнения скорости	31
г.	Уравнение Галилея	32
д.	Движение тел по вертикали	33
	Лабораторная работа № 2	
	Изучение прямолинейного равноускоренного движения тела	37
1.8	Криволинейное движение	38
а.	Равномерное движение по окружности. Период и частота вращения	38
б.	Центростремительное ускорение	39
в.	Угловая скорость	40
	Проект STEAM. От частоты вращения педалей – к скорости движения велосипеда	42
	Суммативный тест. Реальный профиль	43
	Суммативный тест. Гуманитарный профиль	44
1.9 (v)	Движение тел по параболическим траекториям	45

Глава II.

Динамика

2.1	Закон инерции. Инерциальные системы отсчёта	48
2.2	Основной закон динамики	51
а.	Масса	51
б.	Сила	52
в.	Основной закон динамики	53
2.3	Закон действия и противодействия	56
2.4	Всемирное тяготение	57
а.	Закон всемирного тяготения	57
б.	Гравитационное поле. Напряжённость гравитационного поля	58
в.*	Движение небесных тел. Искусственные спутники Земли	59
2.5	Сила упругости. Движение тел под действием силы упругости	61
	Лабораторная работа № 3*	
	Определение массы тела с помощью пружины и другого тела известной массы	63
	Лабораторная работа № 3	
	Определение жёсткости упругого тела	64

2.6	Силы трения и сопротивление движению.	
	Движение при наличии силы трения	65
	а. Силы трения. Коэффициент трения	65
	б.* Сила сопротивления движению	68
	Проект STEAM. Зависимость тормозного пути транспортного средства от состояния дорожного покрытия	70
	Лабораторная работа № 4	
	Определение коэффициента трения скольжения	71
2.7*	Движение тела под действием нескольких сил	72
	Суммативный тест. Реальный профиль	75
	Суммативный тест. Гуманитарный профиль	76
2.8^(У)	Движение небесных тел и искусственных спутников (количественно)	77
2.9^(У)	Движение систем взаимосвязанных тел	78
2.10^(У)	Неинерциальные системы отсчёта. Центробежная сила	80

Глава III.

Механический импульс. Механическая работа и энергия

3.1	Импульс материальной точки. Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса материальной точки	82
	а. Механический импульс	82
	б.* Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса материальной точки	83
3.2*	Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса системы материальных точек	85
	а. Внутренние и внешние силы. Свойство внутренних сил	85
	б. Теорема об изменении импульса системы материальных точек	85
	в. Закон сохранения импульса системы материальных точек	86
	г. Неупругие/пластические соударения тел	86
	д. Реактивное движение	87
3.3	Механическая работа. Механическая мощность	89
	а. Механическая работа постоянной силы	89
	б. Механическая мощность	90
3.4	Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии	92
	а. Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки	92
	б.* Теорема об изменении кинетической энергии системы материальных точек ..	93

3.5	Консервативные силы. Работа силы тяжести.	
	Потенциальная энергия тела в поле гравитационных сил	95
	а. Сила тяжести – консервативная сила. Работа силы тяжести	95
	б. Потенциальная энергия тела в поле гравитационных сил	96
3.6	Работа силы упругости. Потенциальная энергия упругой деформации	98
	Лабораторная работа № 5*	
	Сравнение работы, совершаемой силой упругости, с изменением кинетической энергии тела	100
3.7	Работа силы трения/сопротивления движению	102
3.8	Закон сохранения и превращения механической энергии	103
	а. Закон сохранения и превращения механической энергии в изолированных системах тел, в которых действуют консервативные силы ...	103
	б.* Изменение механической энергии неизолированной системы тел при наличии консервативных сил	104
	Лабораторная работа № 6*	
	Определение коэффициента трения скольжения с использованием теоремы об изменении механической энергии	106
	Суммативный тест. Реальный профиль	108
	Суммативный тест. Гуманитарный профиль	109
3.9	Абсолютно упругое соударение тел	110

Глава IV.

Элементы статики

4.1	Равновесие тела, находящегося под действием компланарных (взаимно пересекающихся в одной плоскости) и сходящихся сил.	
	Равновесие при поступательном движении	112
4.2	Момент силы. Вращательное равновесие твёрдого тела	115
	Лабораторная работа № 7*	
	Проверка условия равновесия тела, имеющего ось вращения и находящегося под действием нескольких сил	118
4.3	Центр тяжести системы материальных точек	119
	а. Определение положения центра тяжести тела	119
	б. Равновесие тела в поле гравитационных сил	120
	Проект STEAM. Обеспечение устойчивого равновесия в инженерных сооружениях/конструкциях	122
4.4	Центр тяжести тела/системы тел. Центр масс тела/системы тел	123
	Суммативный тест. Реальный профиль	125
	Суммативный тест. Гуманитарный профиль	126

Механические колебания и волны

5.1	Колебательные процессы в природе и технике. Величины, характеризующие колебательное движение	127
5.2	Линейный гармонический осциллятор	130
а.	Пружинный маятник	130
б.	Гравитационный маятник	130
в.	Закон колебательного движения гармонического осциллятора	132
г.	Мгновенные характеристики колебаний гармонического осциллятора	132
д.	Зависимость циклической частоты и периода свободных колебаний гармонического осциллятора от свойств колебательной системы	133
5.3	Сохранение и превращение механической энергии в колебательном движении	135
	Лабораторная работа № 8*	
	Изучение пружинного маятника и определение коэффициента жёсткости пружины	137
	Лабораторная работа № 9	
	Изучение гравитационного маятника и определение напряжённости гравитационного поля (ускорения свободного падения)	139
5.4	Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс	141
5.5	Механические волны. Классификация механических волн. Поперечные и продольные волны	143
5.6	Характеристики волнового движения. Скорость распространения волны	145
5.7 *	Принцип Гюйгенса	147
5.8 *	Отражение и преломление волн (качественно)	147
5.9 *	Дифракция волн	148
5.10 *	Интерференция волн (качественно)	149
5.11	Элементы акустики	151
а.	Звуковые волны. Характеристики звука	151
б.	Инфразвук и ультразвук. Применение	152
	Проект STEAM. Применение ультразвука	154
5.12	Сейсмические волны	155
	Суммативный тест. Реальный профиль	158
	Суммативный тест. Гуманитарный профиль	159
5.13 (y)	Суперпозиция/сложение коллинеарных колебаний	160
5.14 (y)	Уравнение плоской волны	161
5.15 (y)	Отражение и преломление волн на основе принципа Гюйгенса	163
5.16 (y)	Количественный анализ интерференции волн	164
	Ответы к задачам	166



КИНЕМАТИКА

1.1

Основные понятия кинематики

а Материальная точка и абсолютно твёрдое тело – модели, используемые в механике

Основной особенностью окружающего нас мира является непрерывное движение и трансформация материи. Поскольку происходящие в природе изменения чрезвычайно многообразны и сложны, их изучают в рамках различных естественных наук: физики (различные формы движения материи), биологии (процессы развития и старения живых организмов и др.), химии (превращение веществ, например растворение сахара в чае), астрономии (эволюция небесных тел), геологии (процессы тектонической деформации, протекающие в земной коре) и другие. Раздел физики, в котором изучается наиболее простая форма движения тел, называется **механикой**.

Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени.

Примеры механического движения: человек, встающий с постели, открытие дверей, учащиеся идущие в школу, движение автомобилей на улице и т. д.

Движение в механике изучают в таких разделах, как **кинематика** и **динамика**.

В **кинематике** изучают виды и характеристики движения тел, не определяя причины, вызы-

вающие его. В **динамике**, напротив, исследуют движение тел в зависимости от причин, обуславливающих движение. Иначе говоря, динамика позволяет получить ответ на вопрос: «Почему тело движется именно таким образом?» Кинематика на этот вопрос ответа не даёт. Хотя механическое движение тел и является наиболее простой формой движения, в некоторых случаях оно может быть весьма сложным.

Пример

Если внимательно наблюдать за падением зонтика семени одуванчика (рис. 1.1) в безветренную погоду, можно заметить, что он движется довольно сложным образом, медленно паря в воздухе. При перелистывании страницы книги, заметно, как её лист изменяет свою форму, а затем различные его части начинают двигаться по-разному.



Рис. 1.1

Приведённые примеры показывают, что точное описание механического движения в природе может быть очень сложным.

Возникает естественный вопрос: действительно ли при изучении физических явлений необходимо каждый раз учитывать все мельчайшие особенности движения тела? Например, исследуя полёт космического корабля к Луне или какой-либо планете, мы пренебрегаем его размерами, поскольку они ничтожно малы по сравнению с расстоянием, которое космический корабль пролетает. Следовательно, в ряде случаев размерами тела можно пренебречь по сравнению с расстоянием до других тел или с расстоянием, пройденным телом. В таких случаях используется одна из важнейших **моделей** механики – **материальная точка**.

Тело, размерами которого в данных условиях можно пренебречь по сравнению с пройденным расстоянием или расстоянием до других тел, называется материальной точкой.

Из определения следует, что материальная точка вовсе не обязательно должна быть маленьким телом, условие состоит в том, чтобы в рассматриваемой задаче его размерами можно было пренебречь. В других условиях это же тело уже нельзя считать материальной точкой.

Рассмотрим ещё одну модель, широко применяемую в механике. Известно, что форма и размеры любого тела в определённой степени зависят от взаимодействия с другими телами. Например, пружина может растягиваться или сжиматься, металлическая пластина – изгибаться. Окружающие тела способны влиять на форму и размеры исследуемого тела, то есть деформировать его. В природе не существует абсолютно недеформируемых тел: одни тела деформируются больше, другие – меньше. В ряде случаев изменением формы и размеров тел можно пренебречь, используя модель **абсолютно твёрдого тела**.

Тело, которое в данных условиях не изменяет своей формы и размеров (не деформируется), называется абсолютно твёрдым телом или просто твёрдым телом.

Применяются и другие модели как для тел, так и для физических явлений. Необходимость использования моделей объясняется тем, что свойства реальных тел и особенности протекания природных явлений чрезвычайно сложны. В связи с этим выделяют определённые свойства (или факторы), не оказывающие существенного влияния на изучаемое явление, которыми пренебрегают. Такой способ исследования называется **абстрагированием**, а полученные модели – **абстрактными**.

6 Относительность движения. Система отсчёта

В определении механического движения подчёркивается, что изменение положения тела происходит «относительно других тел».

Пример

Положение автомобиля, изображённого на рисунке 1.2, можно определить относительно дорожного указателя, расположенного на обочине дороги, такси или машины скорой помощи, движущихся по дороге в направлении, перпендикулярном движению автомобиля, кустов, растущих у края дороги, и т. д. Пассажир, находящийся в автомобиле, покоится относительно автомобиля, но движется относительно других тел. Следовательно, движение автомобиля или пассажира может быть описано относительно различных тел.

Итак, можно сделать следующий вывод:

Движение тела и состояние покоя (как частный случай движения) являются относительными.

Чтобы определить движение тела, необходимо указать, относительно какого тела оно описывается. Тело, относительно которого описывается движение и которое условно считается неподвижным, называется телом отсчёта.

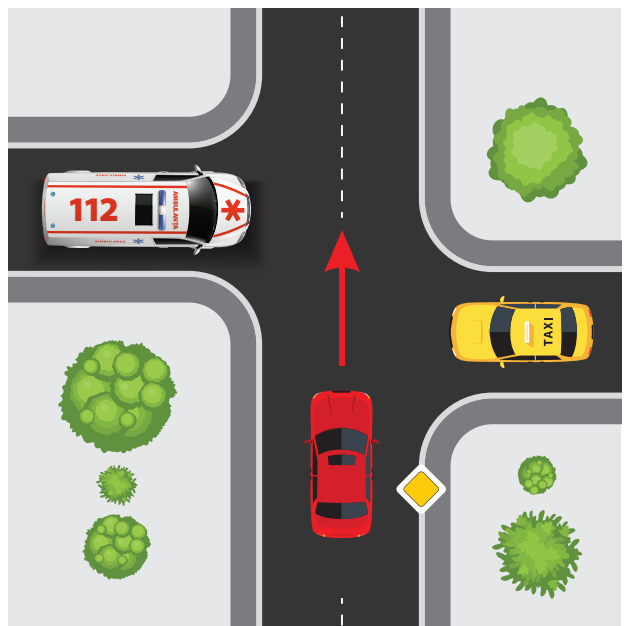


Рис. 1.2

Для определения положения тела, рассматриваемого как материальная точка, относительно тела отсчёта, необходимо жёстко связать с ним систему координат и устройство для измерения расстояния. Выбор тела отсчёта, начала координат, направления и знака осей координат является произвольным. Систему отсчёта выбирают таким образом, чтобы описание движения для наблюдателя было по возможности простым.

Пример

Изучать движение тела, находящегося на палубе морского судна, можно как относительно палубы, так и относительно Земли (причала).

При описании полёта космического корабля к Луне (рис. 1.3) можно принять различные тела отсчёта. Во время запуска корабля и его движения вблизи Земли наиболее удобно принимать за тело отсчёта Землю. При полёте космического корабля от Земли к Луне его положение можно описывать относительно Земли, Солнца или Луны; при подлёте к Луне и посадке на её поверхность удобнее всего использовать в качестве тела отсчёта Луну.

В определении механического движения также отмечено, что изменение положения тела происходит с течением времени. Поэтому для описания движения тела необходимо устройство/прибор для измерения времени (часы), неподвижное относительно тела отсчёта. Перечисленные элементы необходимы для описания механического движения тел и образуют **систему отсчёта**.

Система отсчёта состоит из тела отсчёта, которое условно считается неподвижным, жёстко связанной с ним системы координат, и приборов для измерения расстояний и времени, неподвижных относительно тела отсчёта.

В Единицы измерения длины и времени

Для определения положения материальной точки в определённый момент времени необходимо измерить расстояния и промежутки времени. Измерить величину – значит установить, сколько раз в ней содержится единица измерения.

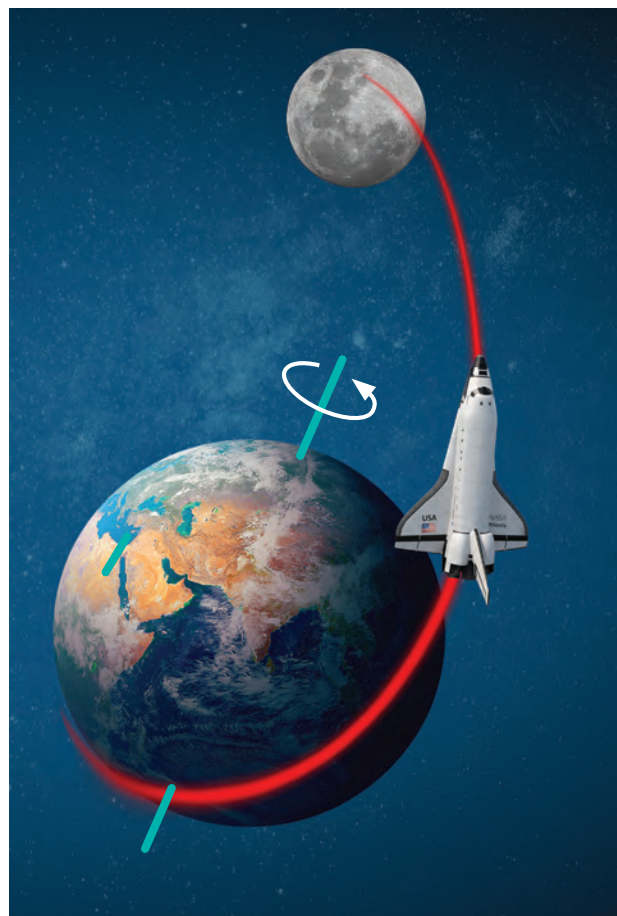


Рис. 1.3

Измерение физической величины заключается в сравнении её с эталоном, то есть величиной той же природы, условно принятой за единицу измерения.

В настоящее время используется **Международная система единиц (СИ)**, которая включает **семь основных единиц измерения** физических величин (метр, килограмм, секунда, ампер, кельвин, моль, кандела).

Единицы измерения других физических величин выражаются через основные единицы и называются **производными единицами измерения**.

Полезно знать

Из курса гимназии вам известны основные единицы измерения длины и времени – метр (м) и секунда (с).

Секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего переходу между двумя сверхтонкими уровнями основного состояния атома цезия – 133.

Метр – это расстояние, на которое свет распространяется в вакууме за промежуток времени, равный 1/299 792 458 секунды.

Наряду с основными единицами измерения Международной системы единиц (СИ), **метром** и **секундой**, используются и другие единицы измерения, например **километр (км)**, **микросекунда (мкс)** и т. д. Приставки «кило-» и «микро-» обозначают кратные и дольные множители основных единиц измерения, соответствующих различным степеням числа 10.

В *таблице 1.1* приведены приставки, соответствующие различным степеням числа 10, а также их обозначения. Следует помнить, что приставки применяются ко всем единицам измерения физических величин.

Например, 10^{-6} м эквивалентно одному микрометру (1 мкм), а 10^6 В – одному мегавольту (1 МВ).

Таблица 1.1

Приставка	Обозначение	Множитель
атто	а	10^{-18}
фемто	ф	10^{-15}
пико	п	10^{-12}
нано	н	10^{-9}
микро	мк (μ)	10^{-6}
милли	м	10^{-3}
санти	с	10^{-2}
деци	д	10^{-1}
дека	да (da)	10^1
гекто	г (h)	10^2
кило	к	10^3
мега	М	10^6
гига	Г	10^9
тера	Т	10^{12}
пета	П	10^{15}
экса	Э	10^{18}

Г Пространство и время в классической механике

Тела перемещаются в пространстве с течением времени. Пространство характеризует положение тел и расстояния между ними, а время – последовательность и продолжительность физических явлений. Эти понятия являются фундаментальными в физике.

В классической (ньютоновской) механике, основные принципы которой были сформулированы Исааком Ньютоном, **пространство и время считаются абсолютными, то есть независимыми друг от друга и от тел, находящихся и движущихся в пространстве.** Из этого следуют важные выводы: расстояние между двумя точками (длина отрезка) одинаково для наблюдателей, находящихся в разных системах отсчёта; продолжительность промежутка времени между двумя событиями также одинакова для всех наблюдателей независимо от выбранной системы отсчёта.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Перед железнодорожным переездом у закрытого шлагбаума остановилось несколько автомобилей. Можно ли считать поезд материальной точкой по отношению к автомобилям?
- ▶ Рассмотрите следующие ситуации: пчела ползает среди лепестков цветка в поисках нектара; пчела летит к улью; пчела кружит перед летком, собираясь попасть в улей. В каких случаях пчелу можно считать материальной точкой, а в каких – нельзя? Объясните ответ.
- ▶ Рыбак переправляется через реку на лодке с веслами. Какие тела можно принять в качестве тел отсчёта при описании движения весла?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение понятия *материальная точка*. Приведите примеры.
- 2 Определите условия, при которых твёрдое тело считается абсолютно твёрдым. Приведите примеры.
- 3 Объясните относительность движения на конкретных примерах.
- 4 Обоснуйте необходимость выбора тела отсчёта при описании движения тел.
- 5 Перечислите элементы, составляющие систему отсчёта.
- 6 В чём различие между основными и производными единицами измерения физических величин?
- 7 Сформулируйте выводы, следующие из абсолютности пространства и времени в классической физике.
- 8 Какие тела обычно выбирают в качестве тел отсчёта при изучении движения планет и их спутников?
- 9 Объясните, можно ли тело, движение которого изучается, принять за тело отсчёта?

Траектория. Перемещение и пройденный путь

а Описание движения материальной точки

Движение материальной точки считается определённым (описанным), если её положение, то есть координата, может быть определено в любой момент времени.

Координата тела (материальной точки) – это числовое значение, точно определяющее его положение относительно выбранной системы отсчёта.

Способы описания движения тела (материальной точки):

Координатный метод. Рассмотрим движение материальной точки вдоль прямой линии (например, движение автомобиля или поезда по прямолинейному участку дороги).

В этом случае мы изображаем систему координат таким образом, чтобы одна из её осей, например, ось Ox , совпадала с этой прямой (рис. 1.4). Положение движущегося тела M на оси определяется значением координаты x , равным расстоянию от начала отсчёта O до точки M ; это значение считается положительным, если тело перемещается от O к M и движется в положительном направлении оси Ox , и отрицательным – при движении в противоположном направлении. Таким образом, координата движущегося тела M изменяется, то есть является функцией времени:

$$x = x(t). \quad (1.1)$$

Данное уравнение описывает движение материальной точки вдоль прямой линии и называется **уравнением (или законом) движения**.

Для описания движения материальной точки на плоскости (например, лодки на стоячей воде озера или шара на бильярдном столе) мы проводим систему из двух координатных осей, расположенных в плоскости (рис. 1.5). Положение материальной точки M на пло-

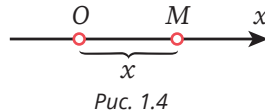


Рис. 1.4

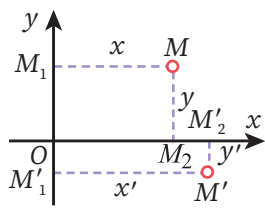


Рис. 1.5

скости определяется координатами x и y , взятыми со знаками «плюс» или «минус» в соответствии с правилом, установленным в предыдущем случае. Например, координаты точки M :

$$x = OM_2 = MM_1 \text{ и } y = OM_1 = MM_2,$$

а координаты точки M' :

$$x' = OM'_2 = M'M'_1 \text{ и } y' = -OM'_1 = -M'M'_2.$$

При движении материальной точки, её координаты изменяются с течением времени:

$$x = x(t), y = y(t). \quad (1.2)$$

Таким образом, движение материальной точки на плоскости в кинематике описывается двумя уравнениями движения.

Векторный метод. Положение движущегося тела M относительно системы координат, жёстко связанной с телом отсчёта, можно также определить с помощью вектора, называемого **радиус-вектором**. Вектор представляет собой направленный отрезок, характеризующийся *модулем* (величиной), *точкой приложения* (началом) и *направлением*. Начало радиус-вектора $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ всегда совпадает с началом координат O , а его конец – с положением материальной точки M (рис. 1.6). Модуль радиус-вектора равен расстоянию от начала координат до точки M .

Для описания движения тела на плоскости рассмотрим радиус-вектор материальной точки, движущейся в этой плоскости (рис. 1.6). Обозначим α – угол, отсчитываемый против часовой стрелки от оси Ox до радиус-вектора. Зная модуль радиус-вектора и угол α , можно вычислить координаты движущейся точки.

Из рисунка 1.6 получаем:

$$x = r \cos \alpha, y = r \sin \alpha \quad (1.3)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Эти соотношения справедливы для любых значений угла α .

Радиус-вектор, описывающий положение движущейся точки M , изменяется по величине и направлению; начало координат остаётся фиксированным (в точке O), и вектор всегда направлен от O к M . Таким образом, вектор $\vec{r}$ является функцией времени:

$$\vec{r} = \vec{r}(t). \quad (1.4)$$

Это уравнение полностью описывает движение материальной точки.

6 Траектория

В процессе движения тело последовательно занимает различные положения.

Совокупность положений, которые последовательно занимает тело при движении, образует линию, называемую траекторией.

Траектория позволяет представить картину движения тела в целом, то есть все точки, которые занимало, занимает или займёт тело в процессе движения.

Форма траектории лежит в основе классификации механического движения материальной точки: прямолинейное движение (траектория представляет собой прямую линию) и криволинейное движение (траектория представляет собой кривую линию на плоскости или в пространстве).

Траектория является воображаемой линией и лишь в некоторых случаях становится видимой.

Например, железнодорожный путь определяет траекторию движения поезда, трубы водопровода определяют «траекторию», по которой течёт вода к потребителям и т. д.

В Перемещение и пройденный путь

Рассмотрим траекторию движения тела (рис. 1.7): в момент времени t тело находилось в точке M , а спустя промежуток времени Δt (в момент $t' = t + \Delta t$) заняло положение M' .

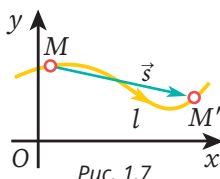


Рис. 1.7

Вектор $\vec{s} = \overline{MM'}$, соединяющий начальное положение тела M с его конечным положением M' , называется вектором перемещения, или перемещением тела за промежуток времени $\Delta t = t' - t$.

Модуль перемещения – это расстояние между начальным и конечным положениями тела и не зависит от формы траектории, по которой совершалось движение.

Путь, пройденный телом за промежуток времени Δt , определяется длиной траектории l между точками M и M' .

Перемещение является векторной величиной, поэтому нельзя сравнивать перемещение и пройденный путь, который является скалярной величиной. Сравнить можно только модуль перемещения и пройденный путь, однако модуль перемещения никогда не превышает длину пройденного пути $|\vec{s}| \leq l$. Единицей измерения в СИ как перемещения, так и пройденного пути является **метр** (м).

Проанализируйте и примените!

- Может ли модуль вектора перемещения тела быть равен пройденному телом пути? Может ли он быть больше? Может ли быть меньше? Обоснуйте свой ответ.
- Если перемещение тела за некоторый промежуток времени равно нулю, можно ли утверждать, что тело находилось в состоянии покоя за этот промежуток времени? Объясните свой ответ.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Какие методы описания движения тела вы знаете?
- 2 Что представляет собой радиус-вектор?
- 3 Дайте определение траектории материальной точки.
- 4 Дайте определение вектора перемещения. Чем различаются понятия: перемещение и пройденный путь?
- 5 Координаты материальной точки в данный момент времени: $x = 8$ м, $y = 6$ м. Изобразите в системе координат xOy положение точки и её радиус-вектор. Определите по графику модуль радиус-вектора и угол, который он образует с осью Ox .
- 6 Тело, брошенное вертикально вверх с высоты $h = 3$ м над Землёй, поднимается на высоту $H = 7$ м над точкой броска, а затем падает на землю. Определите модуль перемещения и путь, пройденный телом за время движения.
- 7 Группа туристов прошла путь $l_1 = 1,6$ км в направлении на север, затем $l_2 = 1,2$ км – на запад. Определите модуль перемещения туристов и то, насколько пройденный путь больше модуля перемещения.
- 8 **БИО** Прыгая с одного дерева на другое, белка движется вверх по прямой линии под углом 30° к линии горизонта. Первоначально белка находится на высоте 4,0 м над Землёй, а расстояние между деревьями составляет 3,0 м. Определите расстояние, которое преодолит в прыжке белка, и высоту, на которой она окажется на втором дереве, над землёй.
- 9 Шарик перемещается по желобу, имеющему форму полуокружности радиусом $R = 0,5$ м, из одного конца желоба в другой. Определите модуль перемещения шарика и пройденный им путь.
- 10 Спортсмен пробегает дистанцию $L = 200,0$ м по беговой дорожке стадиона. Беговая дорожка представляет собой полуокружность, за которой следует прямой участок длиной $l = 100,0$ м. Чему равен модуль перемещения спортсмена?

Векторные величины. Действия над векторами

а Сложение векторов

Многие физические величины, в том числе используемые в механике, являются векторными. На предыдущих уроках уже были введены понятия *радиус-вектора* и *вектора перемещения*. Из курса математики вам известны некоторые элементы векторной алгебры. Рассмотрим правило сложения векторов на следующем примере:

Пример

Перекресток двух оживлённых улиц. Пешеход находится в точке A , и ему нужно попасть в точку B (рис. 1.8). Правила дорожного движения запрещают переходить улицу от A к B по прямой линии. Поэтому пешеход сначала переходит одну из улиц, чтобы попасть в точку C , а затем переходит вторую улицу, чтобы оказаться в точке B .

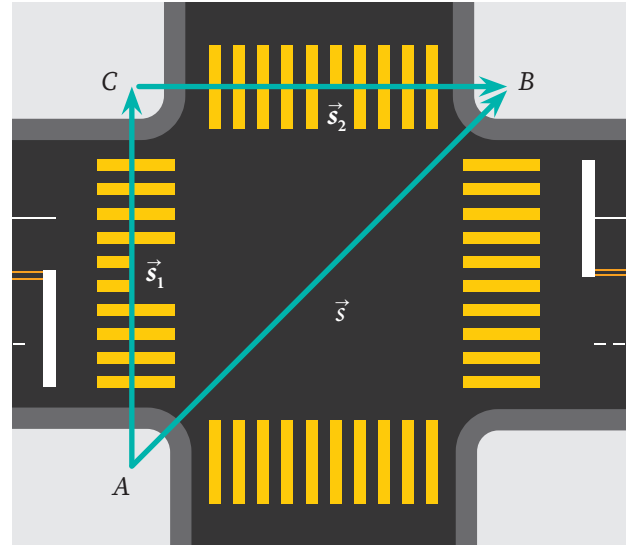


Рис. 1.8

Согласно определению, вектор $\vec{s} = \overrightarrow{AB}$ представляет собой перемещение пешехода. Однако перемещение пешехода из точки A в точку B определяется суммой двух последовательных перемещений: $\vec{s}_1 = \overrightarrow{AC}$ и $\vec{s}_2 = \overrightarrow{CB}$. Следовательно,

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2. \quad (1.5)$$

Данный пример иллюстрирует правило сложения векторов. Рассмотрим два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ (рис. 1.9, а), выполним сложение векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ следующим образом.

Сначала построим вектор $\vec{a}$ (рис. 1.9, б), затем перенесём вектор $\vec{b}$ параллельно самому себе так, чтобы его начало совпало с концом вектора $\vec{a}$. Полученный вектор $\vec{c}$, начало которого совпадает с началом вектора $\vec{a}$, а конец – с концом вектора $\vec{b}$, называется **резльтирующим вектором**. Результат не изменится, если сначала построить вектор $\vec{b}$, а затем – вектор $\vec{a}$ (рис. 1.10, а). Такой способ сложения векторов называется **правилом треугольника**.

Результат сложения векторов не изменится, если применить другой способ построения. Отложим оба вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ из одной точки так, чтобы их начала совпадали (рис. 1.10, б). Достроим полученную фигуру до параллелограмма: для этого через конец каждого вектора проведём прямую, параллельную другому вектору. Вектор $\vec{c}$, проведённый из общей точки начала векторов к противоположной

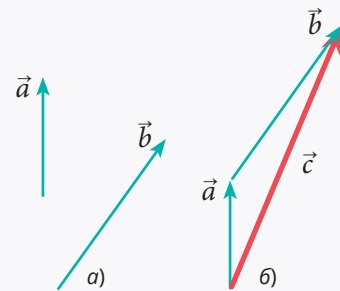


Рис. 1.9

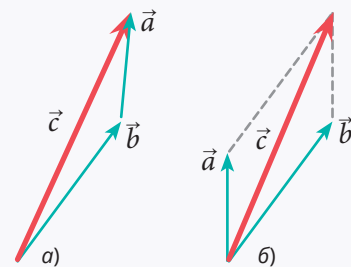


Рис. 1.10

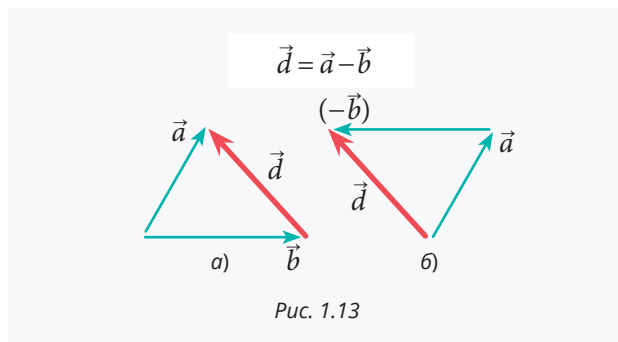
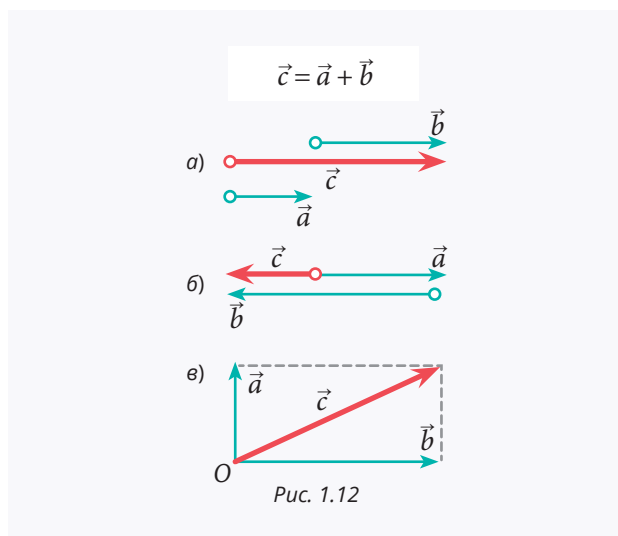
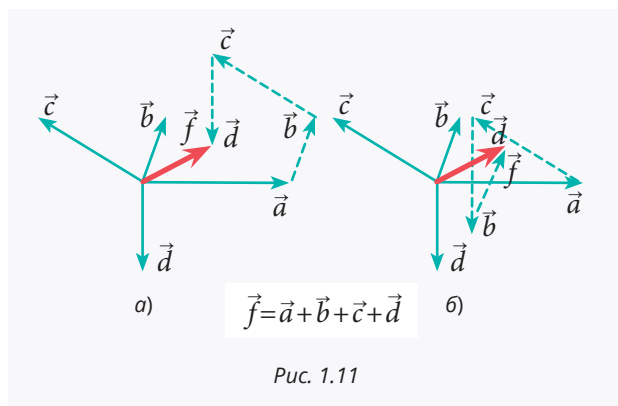
ной вершине параллелограмма, и представляет собой их сумму (резльтирующий вектор). Этот способ сложения векторов называется **правилом параллелограмма**.

При сложении нескольких векторов одно из рассмотренных выше правил применяется последовательно несколько раз, а результат не зависит от порядка, в котором выполняется сложение (рис. 1.11).

Модуль результирующего вектора может быть определён графически, с выполнением соответ-

ствующих построений в выбранном масштабе, а также аналитически.

Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ параллельны и одинаково направлены (рис. 1.12, а), то модуль их суммы равен сумме модулей; если же векторы параллельны, но направлены противоположно (рис. 1.12, б), то результирующий вектор направлен в сторону вектора с большим модулем, а модуль вектора суммы равен разности модулей складываемых векторов; если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ взаимно перпендикулярны (рис. 1.12, в), то модуль суммы определяется по теореме Пифагора: $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.



6 Вычитание векторов

На рисунке 1.13 графически изображены два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

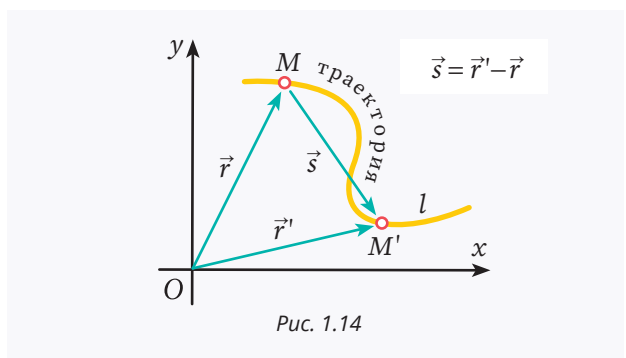
Разность векторов $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$ можно определить несколькими способами.

Заметим, что $\vec{a} = \vec{b} + \vec{d}$, то есть вектор $\vec{a}$ является суммой векторов $\vec{b}$ и $\vec{d}$. Построим векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ совместив их начала. Тогда вектор разности $\vec{d}$ — это отрезок, направленный от конца вектора $\vec{b}$ к концу вектора $\vec{a}$ (рис. 1.13, а).

Преобразуем выражение $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$. Следовательно, вектор разности $\vec{d}$ равен сумме вектора $\vec{a}$ и вектора $(-\vec{b})$, причём модули векторов $(-\vec{b})$ и $\vec{b}$ одинаковы, но направления противоположны (рис. 1.13, б).

Правило вычитания векторов позволяет выразить вектор перемещения движущегося тела с помощью радиус-вектора материальной точки в начальный и конечный моменты времени.

Из рисунка 1.14 видно, что $\vec{s} = \vec{r}' - \vec{r} = \Delta\vec{r}$, где $\Delta\vec{r} = \vec{r}' - \vec{r}$ — определяет изменение (приращение) радиус-вектора движущейся материальной точки.



Вектор перемещения материальной точки за некоторый промежуток времени равен изменению (приращению) радиус-вектора материальной точки за этот промежуток времени.

В Проекция вектора

Определить модуль вектора суммы или разности двух векторов относительно просто, если векторы коллинеарные или взаимно перпендикулярны. Однако если векторы расположены под некоторым произвольным углом и их несколько, процедура сложения (или вычитания) усложняется. Для упрощения этой задачи применяется разложение на составляющие вектора и определение их проекций на координатные оси.

Любой вектор, расположенный в координатной плоскости xOy , можно представить в виде суммы двух векторов, параллельных координатным осям (рис. 1.15).

Полученные разложением векторы называют **составляющими вектора**. Таким образом, **составляющие вектора тоже являются векторами**. Составляющие вектора обозначают так же, как и соответствующий им вектор, но с индексом, указывающим ось, которой составляющая вектора параллельна. Так, $\vec{c}_x$ – это составляющая вектора $\vec{c}$, параллельная оси Ox , а $\vec{c}_y$ – составляющая того же вектора, параллельная оси Oy .

Согласно определению

$$\vec{c}_x + \vec{c}_y = \vec{c}.$$

Применяя разложение векторов на составляющие к произвольно ориентированным на плоскости векторам, получаем вдвое больше векторов: половина из них параллельна оси Ox , а другая половина – оси Oy . Суммирование векторов, параллельных оси Ox , и векторов, параллельных оси Oy , даёт два взаимно перпендикулярных вектора. Таким образом, сложение векторов существенно упростилось.

Для выполнения аналитических вычислений вводится ещё одно понятие: **проекция вектора на координатную ось**.

Проекция вектора на координатную ось – это алгебраическая скалярная величина, равная модулю составляющей вектора, параллельной этой оси; ей присваивается знак «плюс», если составляющая вектора и координатная ось имеют одинаковое направление, или знак «минус», если направления противоположны.

Проекция вектора $\vec{a}$ на ось Ox обозначается как a_x , а проекция вектора $\vec{b}$ на ось Oy – как b_y и т. д. Согласно рисунку 1.15, проекции векторов:

$$a_x = |\vec{a}_x|, a_y = |\vec{a}_y|, b_x = -|\vec{b}_x|, b_y = -|\vec{b}_y|, \\ c_x = -|\vec{c}_x|, c_y = |\vec{c}_y|.$$

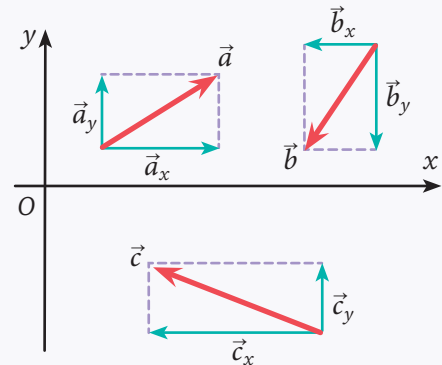


Рис. 1.15

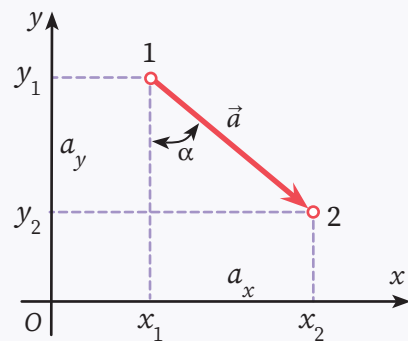


Рис. 1.16

Рассмотрим эквивалентное определение проекции вектора $\vec{a}$ на координатную ось (рис. 1.16). Опустим перпендикуляры из начала и конца вектора на координатные оси. Получим проекции соответствующих точек на координатные оси.

Проекция вектора на ось равна разности координат конца и начала вектора.

То есть, $a_x = x_2 - x_1$ и $a_y = y_2 - y_1$. Заметим, что $a_x > 0$ и $a_y < 0$, что также следует из вышесказанного.

Проекции вектора можно вычислить как длины катетов прямоугольных треугольников. Для заданного угла α (рис. 1.16) проекции:

$$a_x = a \sin \alpha \quad \text{и} \quad a_y = -a \cos \alpha.$$

Определим связь между модулем вектора и проекциями на координатные оси (рис. 1.16):

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \quad (1.6)$$

Применим понятие проекции вектора на координатную ось для определения суммы трёх векторов $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ (рис. 1.17). Из рисунка следует, что проекция результирующего вектора на координатную ось Ox равна:

$$s_x = x_4 - x_1 = (x_2 - x_1) + (x_3 - x_2) + (x_4 - x_3) = a_x + b_x + c_x.$$

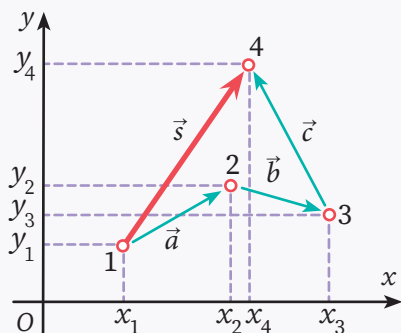


Рис. 1.17

По аналогии получаем: $s_y = a_y + b_y + c_y$.

Проекция результирующего вектора некоторого количества векторов равна сумме проекций этих векторов на соответствующую координатную ось.

С учётом соотношения (1.6), модуль результирующего вектора:

$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \sqrt{(a_x + b_x + c_x)^2 + (a_y + b_y + c_y)^2}. \quad (1.7)$$

Для определения разности векторов соответствующие проекции берутся со знаком «минус».

Проанализируйте и примените!

- Может ли сумма двух векторов быть равной нулю? Объясните.
- В каком случае модуль суммы двух векторов равен разности модулей складываемых векторов?
- Модуль суммы двух векторов, имеющих одинаковые модули, равен модулю одного из них. Чему равен угол между складываемыми векторами?
- Векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ удовлетворяют соотношению $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. Каким условиям должны удовлетворять эти векторы, чтобы выполнялось равенство: 1) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ и 2) $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните правило треугольника и правило параллелограмма при сложении двух векторов.
- 2 Объясните механизм разложения вектора на составляющие вектора.
- 3 Дайте определение проекции вектора на координатную ось.
- 4 Объясните, что представляет собой проекция вектора на координатную ось с геометрической точки зрения.
- 5 Три вектора равной длины, лежащие в одной плоскости, образуют друг с другом углы 120° . Определите модуль суммы этих векторов.
- 6 Проекция вектора $\vec{a}$ на координатные оси равны: $a_x = 2\sqrt{3}$ условные единицы и $a_y = 2$ условные единицы. Определите модуль этого вектора и углы, которые вектор образует с координатными осями.
- 7 Проекция вектора $\vec{a}$ на координатные оси равны соответственно: $a_x = 6$ условных единиц и $a_y = -4$ условные единицы, а проекция вектора $\vec{b}$: $b_x = -2$ условные единицы и $b_y = 2$ условные единицы. Определите модуль результирующего вектора $\vec{s} = \vec{a} + \vec{b}$ и модуль разности векторов $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.
- 8 Материальная точка переместилась из положения M_1 с координатами $x_1 = 6$ м, $y_1 = -2$ м в положение M_2 с координатами $x_2 = 2$ м, $y_2 = 1$ м. Выберите подходящий масштаб и постройте систему координат xOy . Отметьте точками положения M_1 и M_2 , постройте соответствующие положениям M_1 и M_2 радиус-векторы $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$, а также вектор перемещения $\vec{s} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Определите по графику модуль вектора перемещения. Проверьте полученный результат соответствующими вычислениями.

Элементы теории погрешностей

а Измерения и погрешности

Процесс измерения физической величины заключается в её сравнении с величиной той же природы, условно принятой за единицу/эталон. Результатом измерения является числовое значение измеряемой величины, показывающее, сколько раз единица измерения содержится в данной физической величине. При измерении массы тела с использованием в качестве единицы – **килограмма**, получают $m = 2$ кг, что означает, что единица массой 1 кг содержится в массе этого тела дважды.

Измерения физических величин бывают двух видов: **прямые** и **косвенные**. Если значение физической величины считывается непосредственно с измерительного прибора, то такое измерение называется прямым. Например, расстояние измеряют сантиметровой лентой/рулеткой, время – секундомером, температуру – термометром и т. д. Если физическая величина зависит от других измеряемых величин, то её выражается через другие величины, её определяют вычислениями по формуле, в которую подставляют результаты прямых измерений. Так, для определения кинетической энергии движущегося тела сначала непосредственно измеряют массу тела и скорость (с помощью спидометра), а затем вычисляют кинетическую энергию по формуле $E_k = mv^2/2$.

Численные значения, полученные в результате измерения физических величин, всегда содержат **погрешности**. Причины возникновения погрешностей разнообразны; в основном это – несовершенство методов измерения, недостаточная чувствительность измерительных приборов, влияние факторов окружающей среды (температуры, давления, влажности, электрических и магнитных полей и т. д.), способности и навыки экспериментатора и тому подобное. Вследствие этого любой результат измерения представляет собой лишь приближённое значение измеряемой физической величины, не совпадающее с её истинным значением. Отклонение результатов измерения от истинного значения количественно характеризуется **погрешностями измерения**.

По своей природе погрешности измерений подразделяются на три вида: **случайные**, **систематические** и **грубые/искажения**.

Случайные погрешности непредсказуемо изменяются от одного измерения к другому; они носят случайный характер и могут принимать как

положительные, так и отрицательные значения. Причиной их возникновения служит совокупность факторов, которые на практике невозможно устранить. Например, при многократном измерении времени движения транспортного средства по определённому маршруту на результат влияют метеорологические факторы (например, ветер), из-за чего показания каждый раз будут немного различаться. Аналогичным образом колебания напряжения в сети приводят к изменениям измеряемой силы тока, даже если метод, измерительный прибор и условия окружающей среды остаются неизменными.

Систематические погрешности обусловлены конкретными дефектами измерительных приборов или несовершенством применяемых методов. При многократных измерениях такие погрешности остаются неизменными как по величине, так и по знаку. Например, взвешивание тела на весах с неравными плечами приводит к возникновению систематической погрешности (**инструментальной погрешности**). Точно так же на результат повлияет систематическая погрешность, если при измерении ускорения свободного падения с помощью математического маятника не учитывать сопротивление воздуха (погрешность метода). Если источники систематической погрешности выявить в начале проведения эксперимента, их можно устранить либо путём замены неисправного оборудования и изменения методики проведения эксперимента, либо путём введения поправок в полученные результаты.

Грубые погрешности (промахи) обычно возникают из-за невнимательности экспериментатора при считывании показаний со шкалы измерительного прибора или вследствие внезапного кратковременного изменения условий протекания эксперимента. В большинстве случаев среди полученных результатов измерений значения, содержащие грубые погрешности, существенно отличаются от остальных; их следует отбрасывать, а измерения повторять.

Описание и характеристика видов погрешностей означает, что значение измеряемой физической величины невозможно определить точно – лишь с определённой степенью точности. Предположив, что систематические и грубые погрешности устранены, оценим случайные погрешности, возникающие при измерении физической величины.

6 Погрешности прямых измерений

Рассмотрим прямые измерения. Предположим, что выполнено N измерений физической величины X , в результате которых получены приближенные значения $X_1, X_2, \dots, X_N$.

Величина

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + \dots + X_N}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

представляет собой среднее арифметическое результатов отдельных измерений и является значением, наиболее близким к истинному значению.

Абсолютная величина (модуль) разности между средним значением $\bar{X}$ и значением X_i называется абсолютной погрешностью отдельного измерения и имеет размерность измеряемой величины.

$$\Delta X_i = |\bar{X} - X_i|. \quad (1.8)$$

Значение средней погрешности $\Delta \bar{X}$, характеризующее физическую величину X , определяется как среднее арифметическое погрешностей (1.8) и называется **средним значением абсолютной погрешности**.

$$\Delta \bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta X_i. \quad (1.9)$$

Результат измерений представляется в виде:

$$X = \bar{X} \pm \Delta \bar{X}. \quad (1.10)$$

Это означает, что истинное значение измеряемой физической величины X находится в пределах

$$\bar{X} - \Delta \bar{X} \leq X \leq \bar{X} + \Delta \bar{X}.$$

Однако абсолютная погрешность не характеризует полностью качество измерения. Допустим, выполнено два разных измерения длины с одной и той же абсолютной погрешностью, равной 0,01 м. В этом случае для длины, составляющей несколько метров, такая погрешность допустима, тогда как для длины порядка нескольких сантиметров она очень велика. Поэтому для оценки точности измерений вводится понятие относительной погрешности.

Относительная погрешность определяет долю средней абсолютной погрешности от значения измеряемой физической величины и характеризует **точность** измерений; это безразмерная величина, которая обычно выражается в процентах.

Отношение среднего значения абсолютной погрешности к среднему значению измеряемой физической величины называется относительной погрешностью.

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{X}}{\bar{X}}. \quad (1.11)$$

В Погрешности косвенных измерений

Нередко в исследованиях выполняются косвенные измерения физических величин. В этом случае результат получают с помощью соотношения, выражающего функциональную зависимость исследуемой физической величины от других величин, измеренных непосредственно (прямых измерений). Очевидно, что погрешность рассматриваемой физической величины также должна рассчитываться на основе этой зависимости. Приведём несколько примеров вычисления погрешности для случаев, когда функциональная зависимость представляет собой сумму (или разность), произведение или частное двух физических величин A и B , измеренных непосредственно со средними абсолютными погрешностями $\Delta \bar{A}$ и $\Delta \bar{B}$.

Абсолютная погрешность физической величины X , являющейся суммой (или разностью) непосредственно измеренных величин A и B , равна:

$$\Delta \bar{X} = \Delta \bar{A} + \Delta \bar{B}, \quad (1.12)$$

а её относительная погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{X}}{\bar{X}} = \frac{\Delta \bar{A} + \Delta \bar{B}}{\bar{A} \pm \bar{B}}. \quad (1.13)$$

Абсолютная погрешность физической величины, выраженной как сумма или разность физических величин, полученных прямым измерением, равна сумме их абсолютных погрешностей.

Если $X = A \cdot B$, тогда

$$\Delta \bar{X} = \bar{A} \cdot \Delta \bar{B} \pm \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}, \quad (1.14)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta \bar{A}}{\bar{A}} + \frac{\Delta \bar{B}}{\bar{B}} = \varepsilon_A + \varepsilon_B, \quad (1.15)$$

если $X = \frac{A}{B}$, тогда

$$\Delta \bar{X} = \frac{\bar{A} \cdot \Delta \bar{B} + \bar{B} \cdot \Delta \bar{A}}{\bar{B}^2}, \quad (1.16)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta \bar{A}}{\bar{A}} + \frac{\Delta \bar{B}}{\bar{B}} = \varepsilon_A + \varepsilon_B. \quad (1.17)$$

Если косвенно измеряемая физическая величина представляет собой произведение или частное нескольких независимых переменных, то её относительная погрешность равна сумме относительных погрешностей этих переменных, измеренных непосредственно.

Косвенно измеряемая физическая величина может быть функционально зависима от величин, полученных прямым измерением, и может быть выражена более сложными математическими операциями. В таких случаях и абсолютные, и относительные погрешности вычислить сложнее.

Г Погрешность единичного измерения

В некоторых исследованиях приходится ограничиться одним измерением. В таких случаях погрешность измерения принимается равной погрешности используемого измерительного прибора (указанной на самом приборе или в его технических характеристиках). Если точность прибора не указана, необходимо оценить абсолютную погрешность. Как правило, она **не превышает половины цены наименьшего деления шкалы используемого прибора**. Например, при измерениях с помощью миллиметровой линейки абсолютная погрешность составляет 0,5 мм. Если в вычислениях используются универсальные константы, абсолютная погрешность принимается равной половине разряда последней сохраняемой значащей цифры. Так, если $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, то $\Delta g = 0,05 \text{ м/с}^2$; если $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, то абсолютная погрешность составляет $\Delta g = 0,005 \text{ м/с}^2$.

При обработке экспериментальных данных, полученных в ходе измерений, выполняются различные вычисления. Часто ошибочно полагают, что сохранение большого количества десятичных знаков повышает точность результата измерения.

Все цифры считаются значащими, за исключением нулей, стоящих слева от числа. Так, числа 0,0271 и 310 содержат по три значащие цифры. При сложении (или вычитании) двух величин, имеющих разное количество значащих цифр, результат записывают с сохранением наименьшего числа десятичных знаков, тогда как при их умножении (или делении) результат записывают с сохранением наименьшего числа значащих цифр. Например: $5,478 + 2,7 = 8,178 \approx 8,2$; $5,478 \cdot 2,7 = 14,7906 \approx 14,8$.

Пример

Предположим, что для определения объёма V прямоугольного параллелепипеда со сторонами a , b и c , измерения проводились с помощью сантиметровой линейки с ценой деления 1 см. В результате были получены следующие значения: $a = 25,5 \text{ см}$, $b = 10,0 \text{ см}$ и $c = 1,5 \text{ см}$. Рассчитаем относительную погрешность полученного результата (точность), приняв абсолютную погрешность линейки равной 0,5 см (половина цены наименьшего деления). Поскольку объём тела $V = a \cdot b \cdot c = 3,825 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ выражается как произведение независимых величин, выполненных прямым измерением, относительная погрешность составляет

$$\varepsilon_V = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta c}{c}$$

$$\text{и численно получаем } \varepsilon_V = \frac{0,5}{25,5} + \frac{0,5}{10,0} + \frac{0,5}{1,5} \approx 0,02 + 0,05 + 0,33 \approx 0,4; \varepsilon_V = 40\%.$$

Следует отметить, что из 40% относительной погрешности результата, 33% приходится на наименее точное измерение (стороны c), 5% – на сторону b и лишь 2% – на сторону a . Очевидно, что для повышения точности результата необходимо повысить точность измерения стороны c . Используем для этого миллиметровую линейку (абсолютная погрешность 0,5 мм) и получаем более точный результат: $c = 1,3 \text{ см}$ (уточнённое значение стороны). Теперь относительная погрешность результата составляет

$$\varepsilon_V = \frac{0,5}{25,5} + \frac{0,5}{10,0} + \frac{0,05}{1,3} \approx 0,02 + 0,05 + 0,04 \approx 0,11; \varepsilon_V = 11\%.$$

Таким образом, относительная погрешность полученного результата уменьшилась примерно в четыре раза; если же требуется более высокая точность, необходимо повысить точность измерений всех сторон, используя, например, штангенциркуль.

Рассмотренный пример позволяет определить вид конечного результата. Для этого определим сначала абсолютную погрешность ΔV из соотношения (1.11): $\Delta V = \varepsilon \cdot V = 3,825 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \cdot 0,11 = 0,42075 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 \approx 0,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ (число десятичных знаков берётся равным числу знаков в наименее точном измерении). Представить результат, например, в виде $V = (3,825 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$ – недопустимо. Поскольку абсолютная погрешность имеет один десятичный знак, последние две цифры числа 3,825 являются незначимыми. Применяя стандартные правила математического округления, получаем результат в виде: $V = (3,8 \pm 0,4) \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$.

Точность косвенных измерений можно повысить за счёт увеличения точности прямых измерений, тогда как сохранение большого числа десятичных знаков лишь приводит к излишнему усложнению вычислений.

Конечный результат измерений округляют до того же разряда, до которого округлена абсолютная погрешность. В промежуточных вычислениях для удобства округления сохраняют один дополнительный десятичный знак.

Д Графическая обработка экспериментальных данных

При обработке экспериментальных данных часто используется метод графического представления результатов измерений. Этот метод позволяет наглядно представить исследуемую зависимость и

её характеристики. Для графического представления обычно используется прямоугольная система координат. По оси абсцисс откладывают значения задаваемые экспериментатором, а по оси ординат – значения измеряемой величины. Для представления этих значений на графике выбирается такой масштаб, чтобы наименьшее значение, которое можно отсчитать по графику, было не меньше абсолютной погрешности измерения и не превышало значительно эту величину. Начало координат не обязательно должно совпадать с нулевыми значениями откладываемых величин. Его выбирают исходя из требования полного использования площади, отведенной для графика. Деления на каждой оси координат должны быть равноотстоящими друг от друга, а на концах координатной оси следует указывать не только обозначения физических величин, но и единицы их измерения, включая кратные или дольные приставки (рис. 1.18).

Каждая экспериментальная точка должна быть чётко отмечена на графике с помощью различных символов (маленький кружок, крестик, треугольник и т. д.). Затем проводится сплошная линия так, чтобы она проходила через возможно большее число этих отметок, оставляя минимальное количество выпадающих точек по обе стороны от неё; причём они должны располагаться примерно на равном расстоянии от линии графика (рис. 1.18).

Важной характеристикой линейной зависимости при построении графика является **наклон** экспериментальной прямой или угол наклона. На рисунке 1.18 показана зависимость силы упругости

от удлинения пружины. Из графика видно, что угол наклона прямой, описывающей эту зависимость, соответствует коэффициенту жёсткости пружины:

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{\Delta F}{\Delta l}.$$

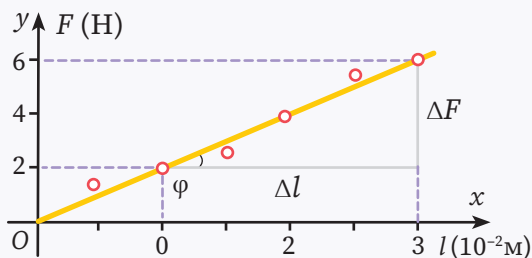


Рис. 1.18

Проанализируйте и примените!

- Определите количество значащих цифр в следующих числах:
а) 3,09; б) $4,589 \cdot 10^7$; в) $1,38 \cdot 10^{-23}$; г) 0,0001.
- При измерении диаметра тонкого проводника было получено значение порядка миллиметра. Какие меры следует предпринять для повышения точности измерения?
- Проанализируйте рисунок 1.18 и определите наклон экспериментальной зависимости (коэффициент жёсткости пружины).

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Какие измерения называются прямыми и чем они отличаются от косвенных?
- 2 Назовите основные причины возникновения погрешностей. Как можно классифицировать погрешности измерений?
- 3 Дайте определение понятия «абсолютная погрешность».
- 4 Объясните физический смысл относительной погрешности.
- 5 Представьте способы определения абсолютной погрешности суммы (или разности) результатов прямых измерений и относительной погрешности произведения (или частного) результатов прямых измерений, при косвенных измерениях.
- 6 Поясните, как можно повысить точность косвенных измерений.
- 7 Обоснуйте способ представления конечного результата измерения.
- 8 Объясните, как строится экспериментальная кривая при графическом представлении результатов измерений.
- 9 В технической характеристике часов указано, что погрешность составляет 1 минуту за год. Определите:
а) какова относительная погрешность этих часов;
б) какую погрешность покажут часы по окончании 45-минутного урока.
- 10 В результате измерения длины и ширины ковра получили результаты $(4,0 \pm 0,2)$ м и $(2,5 \pm 0,1)$ м соответственно. Определите площадь и периметр ковра, вычислите абсолютные и относительные погрешности выполненных измерений.

Прямолинейное равномерное движение. Скорость

а Закон прямолинейного равномерного движения

Прямолинейное движение материальной точки, при котором она за любые равные промежутки времени совершает равные перемещения, называется *равномерным прямолинейным движением*.

Пусть $\vec{s}_1, \vec{s}_2, \vec{s}_3, \dots$ — перемещения движущегося тела за соответствующие промежутки времени $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots$ (причём $\vec{s}_1 = \vec{s}_2 = \vec{s}_3 = \dots$ для любых интервалов времени $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \dots$).

Равенство векторов перемещения материальной точки возможно лишь в том случае, если они направлены вдоль одной прямой. Таким образом, мы приходим к выводу, что при определённых выше условиях траектория тела представляет собой прямую линию — то есть движение является прямолинейным, а равенство перемещений и соответственно промежутков времени влечёт за собой равенство отношений:

$$\frac{\vec{s}_1}{\Delta t_1} = \frac{\vec{s}_2}{\Delta t_2} = \dots = \frac{\vec{s}_1 + \vec{s}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \dots = \text{const.}$$

Следовательно, при равномерном прямолинейном движении отношение перемещения материальной точки к соответствующему промежутку времени является постоянной величиной.

Скорость движущегося тела при равномерном прямолинейном движении — это векторная физическая величина, определяемая отношением перемещения тела к соответствующему промежутку времени.

$$\vec{v} = \frac{\vec{s}}{\Delta t} = \text{const.} \quad (1.18)$$

Так как промежуток времени $\Delta t > 0$ вектор скорости имеет то же направление, что и вектор перемещения.

Движение тела с постоянной скоростью $\vec{v}$ является *равномерным прямолинейным движением*.

Единицы измерения физических величин принято обозначать, заключая соответствующие символы в квадратные скобки. Например, единица измерения перемещения $[s] = \text{м}$, единица измерения промежутка времени $[\Delta t] = \text{с}$. При определении единицы измерения скорости в системе СИ получаем

$$[v] = \frac{[s]}{[\Delta t]} = \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Единица измерения скорости является производной единицей, так как она выражается через основные единицы.

Для описания движения тела по прямолинейной траектории выберем координатную ось, например Ox , направленную вдоль этой траектории (рис. 1.19). Отметим на координатной оси начальное положение тела M_0 (в момент времени $t_0 = 0$) и его конечное положение M (в момент времени t). Перемещение тела за промежуток времени $\Delta t = t - t_0 = t$ равно вектору $\overrightarrow{M_0 M} = \vec{s}$, а его скорость — $\vec{v} = \frac{\vec{s}}{t}$. Таким образом, перемещение тела за промежуток времени $\Delta t = t$ равно:

$$\vec{s} = \vec{v}t. \quad (1.19)$$

Перемещение тела при равномерном прямолинейном движении прямо пропорционально времени движения.

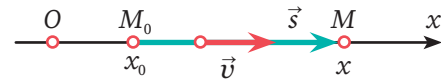


Рис. 1.19

Проекция вектора перемещения на ось Ox :

$$s_x = v_x t. \quad (1.20)$$

Из рисунка 1.19 видно, что проекция перемещения равна $s_x = x - x_0$, следовательно, $x - x_0 = v_x t$. Таким образом, координата тела, совершающего равномерное прямолинейное движение, определяется выражением

$$x = x_0 + v_x t, \quad (1.21)$$

которое называют **уравнением (или законом) равномерного прямолинейного движения**.

б* Графическое представление закона прямолинейного равномерного движения

Из выражения (1.21) следует, что при $v_x > 0$, скорость ориентирована вдоль положительного направления координатной оси Ox и координата x увеличивается с течением времени, тогда как при $v_x < 0$ — она уменьшается.

Построим графики проекции скорости и координаты тела, движущегося равномерно прямолинейно.

Проекция скорости остаётся неизменной во времени; график представляет собой прямую линию, параллельную оси времени (рис. 1.20).

Прямая 2 соответствует движению со скоростью v_{2x} , которая больше скорости v_{1x} , в то время как прямая 3 соответствует движению в отрицательном направлении оси Ox ($v_{3x} < 0$).

График проекции скорости движущегося тела, позволяет рассчитать проекцию его перемещения. По графику, представленному на рисунке 1.21, с учётом формулы (1.20), проекция перемещения $s_{1x} = v_{1x} \cdot t_1$ численно равна площади закрашенного прямоугольника, ограниченного графиком и осью времени. Если проекция скорости $v_{2x} < 0$, то проекция перемещения также отрицательна.

В соответствии с уравнением движения (1.21), в начальный момент времени ($t_0 = 0$) координата тела равна x_0 ; затем она линейно возрастает при $v_x > 0$ (прямая 1 на рисунке 1.22). Прямая 2 соответствует движению с большей скоростью, при этом оба тела начинают движение из одной и той же позиции. График 3, параллельный графику 1, соответствует движению из начала координат со скоростью $v_{3x} = v_{1x}$. Прямая 4 соответствует движению тела, начинающего движение из положения x'_0 с проекцией скорости $v_{4x} < 0$, что означает, что тело движется в отрицательном направлении оси Ox .

Путь, пройденный материальной точкой при равномерном прямолинейном движении, равен модулю перемещения, поскольку направление движения остаётся неизменным: $l = |s_x| = |v_x|t$.

По графику проекции скорости можно определить перемещение и, следовательно, координаты тела, а по графику координат можно определить проекцию скорости. Для этого определяем по графику изменение (приращение) координаты (равное проекции перемещения) за произвольный

промежуток времени Δt (рис. 1.23), затем вычисляем скорость по формуле:

$$v_x = \frac{s_x}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (1.22)$$

По рисунку можно заметить, что данное выражение представляет собой отношение катета, противолежащего углу α , к прилежащему катету – то есть отношение, аналогичное определению тангенса угла. Однако тангенс угла – величина безразмерная, тогда как отношение катетов треугольника на рисунке 1.23 имеет размерность и измеряется в единицах скорости (м/с).

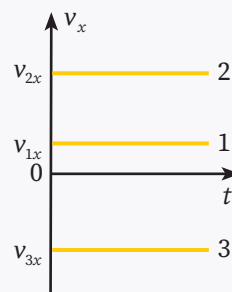


Рис. 1.20

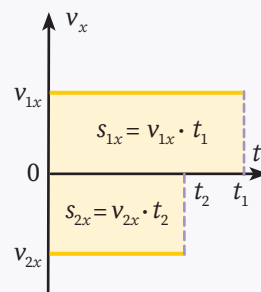


Рис. 1.21

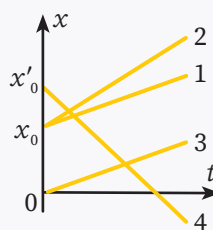


Рис. 1.22

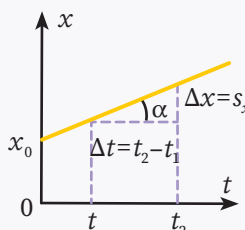


Рис. 1.23

СООБЩЕНИЕ

Спидометр

Сформируйте две рабочие группы и **распределите** между собой задачи.

Изучите различные источники/ресурсы, чтобы **собрать** необходимый материал и **отобрать** информацию по теме.

Выполните задание, ориентируясь на следующие цели:

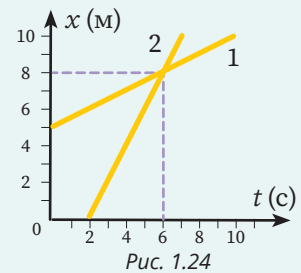
- 1 **Установите** исторический контекст и **определите** авторство изобретения спидометра.
- 2 **Опишите** принцип действия спидометра и **проанализируйте** конструктивные особенности.
- 3 **Классифицируйте** спидометры по техническим характеристикам.
- 4 **Проанализируйте** области применения прибора и **обоснуйте** значимость.
- 5 **Подготовьте** презентацию (PowerPoint) с результатами исследования и итоговыми заключениями.
- 6 **Представьте** коллегам готовые проекты и **оцените** друг друга.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ *

На рисунке 1.24 представлены графики движения двух тел.

По графику определите:

- а** промежутки времени и расстояния, пройденные телами до момента встречи;
- б** скорости тел;
- в** запишите уравнения движения тел;
- г** определите расстояние между телами через $\Delta t = 4$ с после встречи.



Решение

- а** Точка пересечения графиков соответствует моменту встречи движущихся тел; в частности, это происходит в момент времени $t_{\text{встр.}} = 6$ с в точке с координатой $x_{\text{встр.}} = 8$ м. Тело 1 начинает движение из точки с координатой $x_{01} = 5$ м в момент времени $t_{01} = 0$; таким образом, до встречи оно проходит расстояние $l_1 = x_{\text{встр.}} - x_{01} = 3$ м за промежуток времени $\Delta t_1 = t_{\text{встр.}} - t_{01} = 6$ с. Тело 2 начинает движение в момент времени $t_{02} = 2$ с из начала координат: $x_{02} = 0$. До встречи оно проходит расстояние $l_2 = x_{\text{встр.}} - x_{02} = 8$ м за промежуток времени $\Delta t_2 = t_{\text{встр.}} - t_{02} = 4$ с.
- б** Скорости тел направлены вдоль положительного направления оси Ox : $v_{1x} = \frac{l_1}{\Delta t_1} = 0,5$ м/с и $v_{2x} = \frac{l_2}{\Delta t_2} = 2$ м/с.
- в** Уравнение движения для тела 1 получается из общего выражения $x = x_0 + v_x t$ путём подстановки полученных выше значений: $x_1 = x_{01} + v_{1x} t = 5 + 0,5 t$. Второе тело начинает движение из начала координат ($x_{02} = 0$) в момент времени $t_{02} = 2$ с (с задержкой относительно первого); уравнение движения второго тела имеет вид $x_2 = v_{2x}(t - t_{02}) = 2(t - 2)$. В это выражение можно подставлять только значения $t \geq 2$.
- г** Расстояние между телами равно $d = |x_1 - x_2| = |5 + 0,5 t - 2(t - 2)| = |9 - 1,5 t|$. Промежуток времени $\Delta t = 4$ с после встречи соответствует моменту времени $t_1 = t_{\text{встр.}} + \Delta t = 10$ с. Расстояние между телами в этот момент: $d = 6$ м.

Проанализируйте и примените!

- Опишите способ определения проекции перемещения тела при равномерном прямолинейном движении по графику зависимости скорости от времени.
- Какую физическую величину показывает спидометр автомобиля: проекцию скорости или её модуль?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1** Назовите вид движения, при котором движущееся тело сохраняет величину скорости, перемещаясь по прямой линии.
- 2** Назовите физическую величину, характеризующую быстроту равномерного прямолинейного движения тела.
- 3** Дайте определение равномерного прямолинейного движения, используя понятие скорости.
- 4** **ИНЖ** Автомобиль, движущийся равномерно и прямолинейно со скоростью $v_1 = 54,0$ км/ч, за время $t_1 = 10$ с прошёл такой же путь, что и мотоциклист за время $t_2 = 12$ с. Определите скорость мотоциклиста, если он также движется равномерно и прямолинейно.
- 5** **ИНЖ** Поезд длиной $l = 160$ м пересекает реку по мосту длиной $L = 290$ м. Сколько времени потребуется поезду, чтобы проехать по мосту с постоянной скоростью $v = 18$ км/ч?
- 6** Тело движется равномерно и прямолинейно. В момент времени $t_1 = 2$ с координата тела равна $x_1 = 5$ м, а в момент времени $t_2 = 4$ с координата становится равной $x_2 = 2$ м. Запишите уравнение движения этого тела.
- 7** Материальная точка движется равномерно вдоль оси Ox так, что в момент времени $t_1 = 1$ с координата материальной точки равна $x_1 = 4$ м, а в момент времени $t_2 = 6$ с, координата становится равной $x_2 = -2$ м. Определите скорость, перемещение и пройденный путь материальной точки. Запишите уравнение движения.
- 8*** Два тела движутся вдоль координатной оси Ox согласно уравнениям $x_1 = -3 + 2t$ и $x_2 = 17 - 3t$, где время t выражено в секундах, а координата x – в метрах. Постройте графики зависимости координаты от времени и проекции скорости от времени для этих тел; определите время их встречи и расстояние, пройденное телами до момента встречи.

Лабораторная работа

№ 1

Изучение прямолинейного равномерного движения

Цель работы

Экспериментальное исследование равномерного прямолинейного движения тела и определение скорости тела.

Оборудование

Стекло́нная трубка длиной 60–70 см, запаянная с одного конца, с прикреплённой к ней полоской миллиметровой бумаги, служащей линейкой; масло, пластилин, секундомер.

Краткая теория

При свободном падении тела малой массы в жидкости его вес уравнивается выталкивающей силой и силой сопротивления жидкости; вскоре после начала падения тело движется с постоянной скоростью. При равномерном прямолинейном движении скорость характеризует расстояние, пройденное телом за любые равные промежутки времени, и определяется по формуле $v = s/\Delta t$. Для определения скорости необходимо измерить расстояния Δs , пройденные телом за различные промежутки времени Δt . В качестве падающего вертикально тела мы будем использовать небольшой шарик из пластилина, движущийся внутри стеклянной трубки, заполненной маслом.

Ход работы:

- 1 Скатайте 5–7 шариков из пластилина диаметром до 5 мм.
- 2 Отметьте 5 положений вдоль стеклянной трубки; они будут соответствовать 5 расстояниям, которые пройдут шарики из пластилина, начиная от отметки «0».
- 3 Наполните стеклянный цилиндр маслом так, чтобы уровень жидкости был примерно на 5 см выше отметки «0» на полоске миллиметровой бумаги, прикреплённой к трубке (рис. 1.25).
- 4 Возьмите один из шариков, поднесите его к верхней части трубки и отпустите так, чтобы он свободно падал в масле.
- 5 Запустите секундомер в тот момент, когда шарик достигнет начального уровня «0».
- 6 Когда шарик достигнет первой отмеченной позиции, остановите секундомер и запишите интервал времени Δt_1 и пройденное расстояние $\Delta s_1 = s_1 - 0$. Занесите полученные данные в тетрадь, используя прилагаемую таблицу.

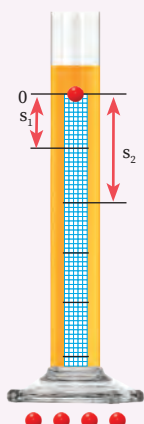


Рис. 1.25

№	s (10 ⁻² м)	Δs (10 ⁻² м)	Δt (с)	v (м/с)	Δv (м/с)	ε (%)
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
Среднее значение						

- 7 Повторите действия, описанные в пунктах 4–6, ещё четыре раза для других расстояний, отсчитываемых от того же нулевого уровня, которые проходят другие пластилиновые шарики.
- 8 Рассчитайте скорость пластилинового шарика для каждого из пяти пройденных расстояний, убедившись, что она остаётся примерно неизменной (то есть движение является практически равномерным). Вычислите среднее значение скорости.
- 9 Рассчитайте абсолютную погрешность $\Delta v = |\bar{v} - v_i|$ и относительную погрешность $\varepsilon = \Delta v / \bar{v}$ для отдельных измерений, а также их средние значения, $\bar{v}$ и $\Delta \bar{v}$.
- 10 Представьте окончательный результат в виде:

$$v = (\bar{v} \pm \Delta \bar{v}) \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad \varepsilon = \frac{\Delta \bar{v}}{\bar{v}} \cdot 100\% = \dots\%$$
- 11 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Объясните, почему свободное падение тела в достаточно вязкой жидкости представляет собой приблизительно равномерное движение.
- ▶ Объясните, почему целесообразно использовать в этом эксперименте шарики из пластилина. Как двигался бы стальной шарик тех же размеров в той же жидкости? Аргументируйте ответ.

Относительность механического движения

Ранее (п. 1.1, б) отмечалось, что движение относительно – то есть может быть описано одновременно в разных системах отсчёта. В связи с этим важно установить взаимосвязь между характеристиками движения одного и того же тела в различных системах отсчёта.

Например, ученица едет в автобусе. Предположим, что она заняла одно из свободных сидений (рис. 1.26, а). Относительно автобуса ученица находится в состоянии покоя, но относительно остановки (Земли) она движется вместе с автобусом. Таким образом, ученица покоится относительно одной системы отсчёта и движется относительно другой. Состояние покоя относительно и зависит от выбора системы отсчёта. Перемещение ученицы относительно системы отсчёта, связанной с автобусом (движущейся системы отсчёта), равно нулю $\vec{s}_1 = 0$, тогда как её перемещение $\vec{s}$ относительно системы отсчёта, связанной с Землёй (системы отсчёта, условно считающейся неподвижной), равно перемещению автобуса $\vec{s}_2$; то есть

$$\vec{s} = \vec{s}_2 \text{ при } \vec{s}_1 = 0. \quad (1.23)$$

Другая ситуация: ученик входит в автобус через задние двери автобуса и идёт к передним

дверям во время движения автобуса. Как видно из рисунка 1.26, б, перемещение ученика $\vec{s}$ относительно Земли равно перемещению $\vec{s}_1$ ученика относительно автобуса и перемещению $\vec{s}_2$ самого автобуса относительно Земли:

$$\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2. \quad (1.24)$$

Перемещение ученика относительно двух выбранных систем отсчёта различается; следовательно, перемещение относительно, то есть зависит от выбранной системы отсчёта.

Однако если ученик входит в автобус через передние двери и движется в направлении к задним дверям, относительность движения становится ещё более очевидной: относительно автобуса ученик движется в одном направлении (в направлении перемещения $\vec{s}_1$), тогда как относительно Земли он движется в противоположном направлении.

Из рисунка 1.26, в видно, что и в этом случае перемещение тела удовлетворяет соотношению (1.24).

Рассмотрим случай (рис. 1.27), когда тела движутся в разных направлениях: по поверхности реки одновременно из одной точки начинают движение плот и лодка, причём лодка движется перпендикулярно направлению течения реки, а плот – по течению реки.

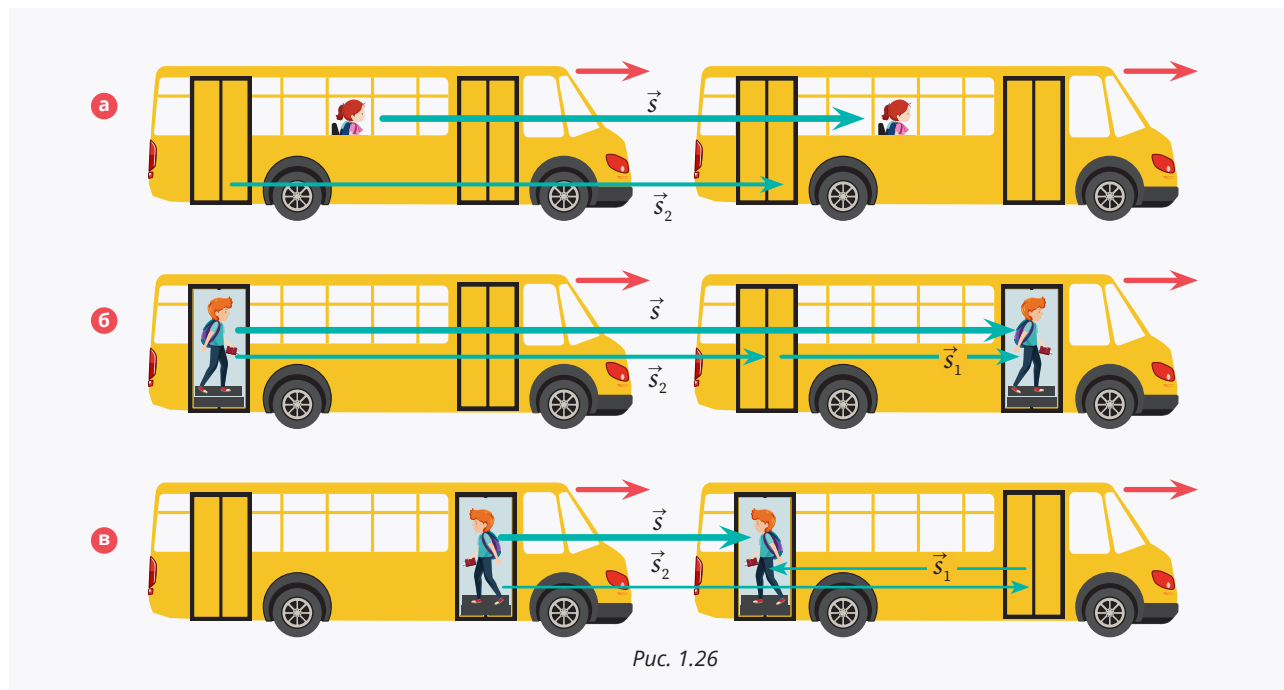
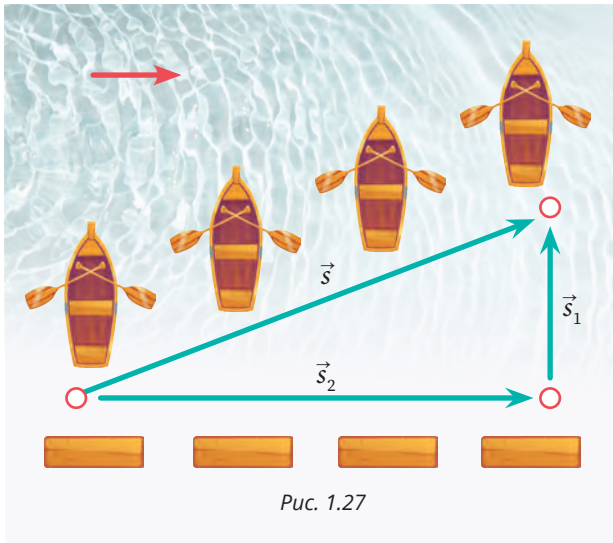


Рис. 1.26



Течение одинаково увлекает и плот, и лодку, которая всё время сохраняет направление движения, перпендикулярное направлению течения реки. К тому моменту, когда лодка достигает противоположного берега, плот смещается по направлению течения на расстояние $\vec{s}_2$. Перемещение лодки относительно плота (следовательно, и относительно течения реки) равно $\vec{s}_1$. Из рисунка видно, что перемещение $\vec{s}$ лодки относительно берега удовлетворяет соотношению $\vec{s} = \vec{s}_1 + \vec{s}_2$; таким образом, получаем выражение (1.24).

Движение тела относительно подвижной системы отсчёта и его характеристики называются относительными: относительное перемещение, относительная скорость.

Движение тела и его характеристики относительно неподвижной системы отсчёта называются абсолютными: абсолютное перемещение, абсолютная скорость.

Движение тела, вызванное только движением подвижной системы отсчёта, называется переносным движением; соответственно называются и его характеристики движения: переносное перемещение, переносная скорость.

Для того чтобы определить переносное движение и его характеристики (согласно определению), необходимо представить поведение покоящегося тела в подвижной системе отсчёта. Так, в приведённых выше примерах движение автобуса или плота (течение воды в реке) – это переносное перемещение $\vec{s}_2 = \vec{s}_n$. Перемещение ученика/ученицы относительно автобуса или лодки относительно плота – это относительное перемещение $\vec{s}_1 = \vec{s}_{отн}$, тогда как перемещения ученика/ученицы и лодки относительно Земли – это абсолютные перемещения $\vec{s} = \vec{s}_a$.

С учётом введённых обозначений соотношение (1.24) можно сформулировать следующим образом:

Абсолютное перемещение тела равно сумме относительного и переносного перемещений.

$$\vec{s}_a = \vec{s}_{отн} + \vec{s}_n. \quad (1.25)$$

Соотношение (1.25) представляет собой **закон сложения перемещений**.

На первый взгляд, соотношение (1.24) тождественно соотношению (1.5). В обоих случаях складываются векторы перемещения. Однако в соотношении (1.5) складываются векторы перемещения тела за последовательные промежутки времени Δt_1 и Δt_2 , что определяет перемещение тела за весь промежуток времени движения ($\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$). В соотношении (1.24) перемещение происходит в течение одного и того же промежутка времени, но относительно разных систем отсчёта, и перемещение тела обусловлено движением подвижной системы отсчёта.

Предположим, что относительное движение тела и движение подвижной системы отсчёта являются прямолинейными и равномерными. Тогда и движение относительно неподвижной системы отсчёта также будет прямолинейным и равномерным.

Обозначим Δt – время движения (время абсолютно, поэтому промежутки времени движения тел Δt одинаковы в обеих системах отсчёта). Разделим соотношение (1.25) на Δt и получим

$$\frac{\vec{s}_a}{\Delta t} = \frac{\vec{s}_{отн}}{\Delta t} + \frac{\vec{s}_n}{\Delta t}. \quad (1.26)$$

Величина $\vec{v}_a = \frac{\vec{s}_a}{\Delta t}$ представляет собой абсолютную скорость (относительно неподвижной системы отсчёта), $\vec{v}_{отн} = \frac{\vec{s}_{отн}}{\Delta t}$ – относительную скорость (относительно подвижной системы отсчёта), а $\vec{v}_n = \frac{\vec{s}_n}{\Delta t}$ – переносную скорость, то есть скорость, которой обладает тело вследствие движения подвижной системы отсчёта.

Уравнение (1.26) принимает вид

$$\vec{v}_a = \vec{v}_{отн} + \vec{v}_n. \quad (1.27)$$

Абсолютная скорость движущегося тела равна сумме относительной и переносной скоростей.

Соотношение (1.27) представляет собой **закон сложения скоростей**.

Таким образом, не только перемещение движущегося тела, но и его скорость является относительной характеристикой, зависящей от выбранной системы отсчёта.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Спортсменка переплывает реку шириной L , двигаясь перпендикулярно берегу. Она достигает точки B на противоположном берегу, расположенной прямо напротив исходной точки, а затем возвращается обратно. Во втором случае она плывёт вдоль берега против течения (вверх по реке), проплывая расстояние, равное ширине реки L , после чего возвращается в исходную точку. В каком случае спортсменка затратила больше времени и во сколько раз? Скорость спортсменки в стоячей воде составляет $v_{\text{отн}} = 0,90$ м/с, а скорость течения реки – $v_{\text{п}} = 0,54$ м/с.

Решение

Дано:

$$v_{\text{отн}} = 0,90 \text{ м/с};$$

$$v_{\text{п}} = 0,54 \text{ м/с}$$

$$\frac{t_1}{t_2} = ?$$

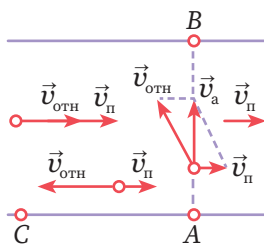


Рис. 1.28

Представим на рисунке 1.28 начальную точку A , точку B на противоположном берегу реки и точку C , расположенную выше по течению реки. Расстояния $AB = AC = L$. При переправе через реку из точки A в точку B и обратно скорость спортсменки относительно воды должна быть направлена под определённым углом к направлению движения, чтобы направление скорости относительно берега было перпендикулярно ему. Из рисунка видно, что $v_a = \sqrt{v_{\text{отн}}^2 - v_{\text{п}}^2}$. Следовательно, время движения из A в B

и обратно равно: $t_1 = \frac{2L}{v_a} = \frac{2L}{\sqrt{v_{\text{отн}}^2 - v_{\text{п}}^2}}$. Скорость спортсменки относительно берега при

движении от A к C составляет $(v_{\text{отн}} - v_{\text{п}})$, а при движении от C к A равна $(v_{\text{отн}} + v_{\text{п}})$.

Общее время движения в этом случае составляет $t_2 = \frac{L}{v_{\text{отн}} - v_{\text{п}}} + \frac{L}{v_{\text{отн}} + v_{\text{п}}} = \frac{2Lv_{\text{отн}}}{v_{\text{отн}}^2 - v_{\text{п}}^2}$.

Вычислим отношение $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v_{\text{отн}}^2 - v_{\text{п}}^2}{v_{\text{отн}}^2 \sqrt{v_{\text{отн}}^2 - v_{\text{п}}^2}} = \sqrt{1 - \frac{v_{\text{п}}^2}{v_{\text{отн}}^2}}$; $\frac{t_1}{t_2} = 0,8$, откуда получаем $t_2 = 1,25t_1$.

Таким образом, во втором случае спортсменке потребуется в 1,25 раза больше времени, чем в первом.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Назовите систему отсчёта, относительно которой характеристики движения называются «абсолютными». Объясните, как вы понимаете «переносное движение».
- 2 Сформулируйте закон сложения скоростей.
- 3 Скорость велосипедиста составляет $v_1 = 12$ м/с, а скорость встречного ветра – $v_2 = 4$ м/с; обе скорости взяты относительно Земли. Определите скорость ветра относительно велосипедиста.
- 4 **ИНЖ** Скорость течения воды составляет 1,2 м/с. Моторная лодка движется против течения со скоростью 3,0 м/с относительно берега. С какой скоростью лодка движется по течению? Режим работы двигателя лодки в обоих случаях одинаков.
- 5 **ИНЖ** Два поезда движутся в одном направлении по параллельным путям: товарный поезд длиной $L = 640$ м со скоростью $v_1 = 36$ км/ч и пассажирский поезд со скоростью $v_2 = 64,8$ км/ч. Определите промежуток времени, в течение которого пассажир видит товарный поезд, когда пассажирский поезд его обгоняет.
- 6 **ИНЖ** Эскалатор поднимает неподвижно стоящего человека вверх за время $t_1 = 1$ мин. По неподвижному эскалатору человек поднимается за время $t_2 = 3$ мин. Сколько времени потребуется человеку для подъёма, если он будет идти по движущемуся эскалатору?
- 7 Спортсмен переплывает реку в направлении, перпендикулярном берегу, со скоростью $v = 0,5$ м/с относительно берега. Определите скорость течения реки, зная, что она в $\sqrt{2}$ раза меньше скорости спортсмена относительно воды.
- 8 Лодка пересекает реку шириной $L = 60,0$ м, причём её скорость относительно воды перпендикулярна направлению течения реки. Известно, что скорость лодки в стоячей воде составляет $v_1 = 3,0$ м/с, а скорость течения реки равна $v_2 = 1,0$ м/с. Определите:
 - а скорость лодки относительно берега;
 - б расстояние, на которое лодку снесло течением;
 - в величину перемещения лодки относительно берега реки.

Прямолинейное равнопеременное движение. Ускорение

а Прямолинейное неравномерное движение. Средняя скорость. Мгновенная скорость

В реальной жизни мы редко встречаем тела, движущиеся прямолинейно с постоянной скоростью. В большинстве случаев они совершают разные перемещения за равные промежутки времени; то есть двигаются **неравномерно**.

Для характеристики *неравномерного прямолинейного движения* тела и для сравнения неравномерных движений различных тел вводится понятие **средней скорости**.

Предположим, что перемещение движущегося тела за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ равно $\vec{s}$.

Физическая величина, определяемая как отношение перемещения к соответствующему интервалу времени, называется средней скоростью тела.

$$\vec{v}_{\text{cp}} = \frac{\vec{s}}{t_2 - t_1}. \quad (1.28)$$

Вектор средней скорости имеет то же направление, что и перемещение тела; то есть он направлен вдоль прямой, совпадающей с его траекторией.

Средняя скорость характеризует движение тела за весь промежуток времени $(t_2 - t_1)$. По ней невозможно определить перемещение тела за определённую часть этого промежутка времени, например перемещение за первую треть промежутка времени движения.

Величиной, позволяющей более детально описать неравномерное движение, является скорость тела в определённый момент времени, называемая мгновенной скоростью.

Мотоциклист движется по прямолинейному участку дороги. Необходимо определить его мгновенную скорость в момент движения мимо километрового столба, а именно – скорость определённой точки (например, оси переднего колеса) в момент пересечения передней плоскости километрового столба P (рис. 1.29).

Предположим, что за промежуток времени Δt_1 мотоциклист переместился из положения A_1 в B_1 , совершив перемещение $\vec{s}_1$. Его средняя скорость на этом интервале равна:

$$\vec{v}_{\text{cp1}} = \frac{\vec{s}_1}{\Delta t_1}.$$

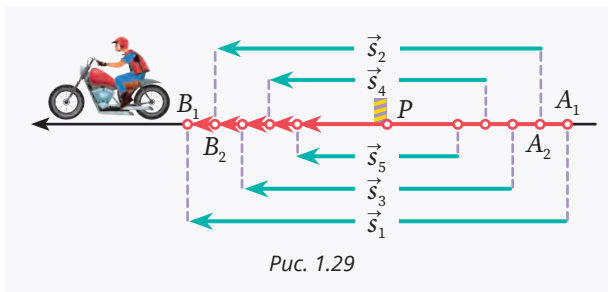


Рис. 1.29

За меньший интервал времени Δt_2 перемещение тела окажется меньше и будет равно $\vec{s}_2$, а средняя скорость на этом интервале составит

$$\vec{v}_{\text{cp2}} = \frac{\vec{s}_2}{\Delta t_2}.$$

Значение $\vec{v}_{\text{cp2}}$ отличается от $\vec{v}_{\text{cp1}}$. Всё более малым интервалам времени $\Delta t_3 > \Delta t_4 > \Delta t_5 \dots$ соответствуют всё более малые перемещения $\vec{s}_3, \vec{s}_4, \vec{s}_5 \dots$ и средние скорости:

$$\vec{v}_{\text{cp3}} = \frac{\vec{s}_3}{\Delta t_3}, \vec{v}_{\text{cp4}} = \frac{\vec{s}_4}{\Delta t_4}, \vec{v}_{\text{cp5}} = \frac{\vec{s}_5}{\Delta t_5}.$$

Определяя среднюю скорость на всё более малых интервалах перемещения, мы придём к значению мгновенной скорости. Обозначим достаточно малое перемещение тела $\Delta \vec{s}$, а соответствующий промежуток времени Δt и определим мгновенную скорость тела:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t}. \quad (1.29)$$

Чем меньше интервал времени Δt , тем ближе он к конкретному моменту времени и тем ближе средняя скорость на этом интервале времени к мгновенной скорости.

При неравномерном прямолинейном движении мгновенная скорость (в дальнейшем – просто скорость) принимает разные значения в различные моменты времени, иными словами, она является функцией времени:

$$\vec{v} = \vec{v}(t). \quad (1.30)$$

В момент начала движения тела (при разгоне) величина мгновенной скорости возрастает, а при торможении – уменьшается.

Если направление перемещения движущегося тела не изменяется, то модуль его перемещения равен пройденному пути ($|\vec{s}| = l$); следовательно, модуль средней скорости равен

$$v_{\text{ср}} = \frac{l}{t_2 - t_1}. \quad (1.31)$$

Однако при движении тела сначала в одном направлении, а затем в противоположном, модуль перемещения оказывается меньше пройденного пути. Если тело возвращается в исходную точку, модуль перемещения становится равным нулю; как следствие, средняя скорость, рассчитанная по формуле (1.28), также оказывается равной нулю, так словно тело вообще не двигалось в течение данного промежутка времени.

Поэтому, когда тело меняет направление движения (например, при движении по криволинейной траектории), целесообразнее определять **среднюю путевую скорость**. Это скалярная величина, равная отношению пройденного телом пути к соответствующему промежутку времени. Выражение для этой величины совпадает с формулой (1.31).

6 Ускорение. Уравнение скорости. Закон прямолинейного равнопеременного движения

Тело, движущееся прямолинейно с постоянной скоростью, совершает равномерное прямолинейное движение. Это простейшая форма движения. Рассмотрим прямолинейное движение, при котором скорость тела изменяется определённым образом.

Прямолинейное движение, при котором за любые равные промежутки времени изменение мгновенной скорости тела остаётся одинаковым, называется равнопеременным.

Согласно определению, изменения скорости тела $\Delta \vec{v}_1, \Delta \vec{v}_2, \Delta \vec{v}_3, \dots$, происходящие в течение равных промежутков времени $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3 = \dots$, удовлетворяют условию: $\Delta \vec{v}_1 = \Delta \vec{v}_2 = \Delta \vec{v}_3 = \dots$.

Более того, если один из интервалов Δt_i разделить на несколько меньших равных интервалов, изменение скорости, соответствующее каждому новому отрезку времени, уменьшится во столько же раз, во сколько уменьшился сам интервал по сравнению с Δt_i .

Вышеизложенное подразумевает равенство отношений: $\frac{\Delta \vec{v}_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta \vec{v}_2}{\Delta t_2} = \frac{\Delta \vec{v}_3}{\Delta t_3} = \dots = \text{const.}$

Постоянная величина, определяемая этим отношением для данного движения, называется **ускорением** (от латинского „acceleratio” – «ускорение»:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}. \quad (1.32)$$

Единица измерения ускорения в системе СИ:

$$[a] = \frac{[\Delta v]}{[\Delta t]} = \frac{\text{м/с}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Ускорение – это векторная физическая величина, характеризующая быстроту изменения скорости движущегося тела. Ускорение тела при равнопеременном прямолинейном движении является постоянной величиной: $\vec{a} = \text{const.}$

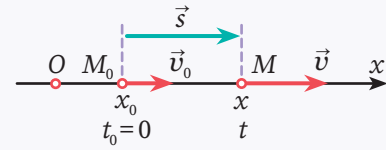


Рис. 1.30

Скорость тела при равномерном прямолинейном движении остаётся постоянной; следовательно, её изменение – а значит, и ускорение тела – равно нулю. Таким образом, **равномерное прямолинейное движение – это движение с нулевым ускорением.**

Рассмотрим равнопеременное прямолинейное движение тела.

Направим координатную ось Ox по направлению движения (рис. 1.30). Будем считать, что в начальный момент времени $t_0 = 0$ тело находилось в точке M_0 с координатой x_0 и двигалось с начальной скоростью $\vec{v}_0$, а в момент t оно находится в точке M с координатой x и движется со скоростью $\vec{v}$. Тогда за промежуток времени $\Delta t = t - t_0 = t$ скорость тела изменилась на $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$. Его ускорение равно

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t},$$

из полученного соотношения выразим скорость тела в момент времени t :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t. \quad (1.33)$$

Для проекции скорости на ось Ox (рис. 1.30) получаем

$$v_x = v_{0x} + a_x t. \quad (1.34)$$

Это уравнение представляет собой **закон изменения скорости**.

Из полученных соотношений следует, что скорость тела при равнопеременном прямолинейном движении является линейной функцией времени. Если проекции скорости v_{0x} и ускорения a_x тела имеют одинаковый знак, то модуль проекции v_x возрастает с течением времени; если же они имеют противоположные знаки, то модуль проекции v_x убывает. В первом случае движение называют **ускоренным**, во втором – **замедленным**.

Определим проекцию перемещения при равноускоренном движении тела. Для этого воспользуемся соотношением (1.28). Поскольку скорость движущегося тела изменяется равномерно, её среднее значение определяется выражением $v_{cp,x} = (v_{0x} + v_x)/2$. Таким образом, для проекции перемещения тела (пройденного пути при прямолинейном движении) за промежуток времени $\Delta t = t - t_0 = t$ получаем

$$s_x = v_{cp,x} \Delta t = \frac{v_{0x} + v_x}{2} \cdot t. \quad (1.35)$$

Уравнение (1.35) позволяет определить расстояние, пройденное телом при прямолинейном равнопеременном движении, в случаях когда ускорение тела неизвестно.

С учётом уравнения скорости (1.34) уравнение (1.35) принимает вид:

$$s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}. \quad (1.35, a)$$

Подставим выражение для проекции перемещения на ось Ox : $s_x = x - x_0$ (где x – координата тела в момент времени t). После преобразования получим уравнение:

$$x = x_0 + v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (1.36)$$

которое называют **законом (или уравнением) равнопеременного движения**.

В* Графическое представление закона прямолинейного равнопеременного движения и уравнения скорости

Уравнение движения (1.36) описывает квадратичную зависимость от времени. Графиком этой зависимости является ветвь параболы, форма которой определяется начальными условиями движения. На рисунке 1.31, а показан график равноускоренного движения $a_x > 0$, начало которого совпадает с началом координат $x_0 = 0$. График 1 соответствует движению с положительной проекцией начальной скорости $v_{0x} > 0$, тогда как график 2 соответствует движению, при котором $v_{0x} < 0$. В случае равнозамедленного движения $a_x < 0$ форма графика напоминает график равноускоренного движения с той лишь разницей, что ветви параболы, описывающей это движение, направлены вниз (рис. 1.31, б). Точки m на графиках соответствуют моменту времени, когда скорость становится равной нулю и направление движения меняется на противоположное, а точки n соответствуют моменту, когда тело возвращается в исходное положение $x_0 = 0$.

График проекции скорости v_x – линейная функция зависимости от времени (1.34) представляет

собой прямую линию. На рисунке 1.32 показаны различные варианты таких графиков. График 1 соответствует прямолинейному движению с постоянным ускорением, имеющему начальную скорость v_{0x} и ускорение a_{1x} . Проекция скорости и ускорения здесь положительны – это означает, что соответствующие векторы сонаправлены с осью Ox , поэтому движение является равноускоренным.

График 2 иллюстрирует движение с постоянным ускорением, при котором проекция начальной скорости $v_{0x} > 0$, а проекция ускорения $a_{2x} < 0$. С течением времени скорость тела уменьшается; следовательно, это движение является равнозамедленным. В момент времени t_2 , соответствующий точке пересечения графика 2 с осью времени, скорость тела падает до нуля, что означает его остановку. Далее для $t > t_2$, проекция скорости становится отрицательной, тело начинает двигаться в направлении, противоположном первоначальному, причём модуль скорости возрастает. Таким образом, движение, описываемое графиком 2, сначала является равнозамедленным (вплоть до момента времени t_2), после чего переходит в равноускоренное.

График 3 соответствует равнозамедленному движению в отрицательном направлении оси Ox до момента времени t_3 , когда скорость тела становится равной нулю; затем тело движется равноускоренно в положительном направлении оси Ox .

Точки пересечения графиков скорости различных движущихся тел соответствуют моментам вре-

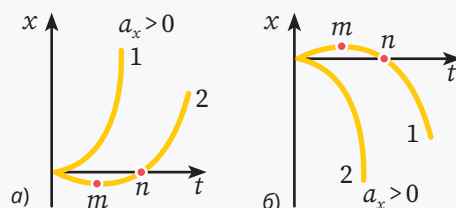


Рис. 1.31

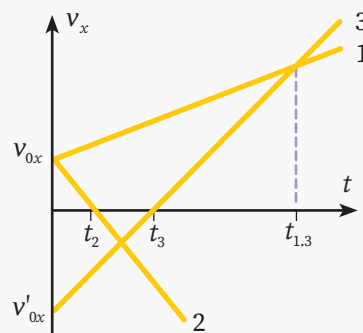


Рис. 1.32

мени, когда скорости этих тел равны. Например, скорости тел 1 и 3 равны в момент времени $t_{1,3}$.

Следовательно,

если модуль проекции скорости V_x равномерно возрастает (убывает) со временем, то ускорение положительно (отрицательно), а движение называется равноускоренным (равнозамедленным).

В п. 1.5 было установлено, что при равномерном прямолинейном движении значение проекции перемещения тела численно равно площади фигуры (прямоугольника), образованной графиком

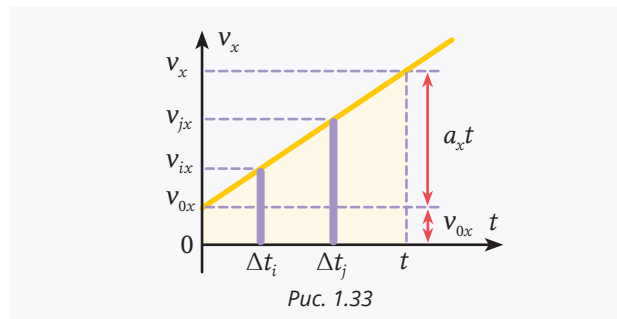


Рис. 1.33

проекции скорости, осью времени и ординатами, соответствующими началу и концу рассматриваемого интервала времени (см. рисунок 1.21).

Выясним, применим ли данный метод для равноускоренного движения, при котором проекция скорости движущегося тела изменяется на интервале времени $0 \div t$ от значения скорости v_{0x} до значения $v_x = v_{0x} + a_x t$.

Для этого разобьём мысленно временной интервал на большое число отрезков $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_i, \dots, \Delta t_j, \dots$, настолько малых, что изменением проекции скорости на каждом из них можно пренебречь по сравнению с величиной самой скорости (рис. 1.33). Таким образом, на каждом из этих малых интервалов

времени движение можно считать равномерным, а проекцию перемещения тела – равной площади одной из полос, выделенных на рисунке 1.33.

Суммирование проекций перемещения по всем малым интервалам времени равносильно сложению площадей всех полосок, в результате чего получается площадь фигуры под графиком. Полученная фигура представляет собой трапецию с основаниями v_{0x} и $(v_{0x} + a_x t)$ и высотой t . Площадь трапеции определяется как полусумма её оснований, умноженная на высоту. Получаем тот же результат (1.35, а):

$$s_x = \frac{v_{0x} + (v_{0x} + a_x t)}{2} \cdot t = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}.$$

Г Уравнение Галилея

Подводя итог о равнопеременном прямолинейном движении, запишем соотношения для проекций перемещения и скорости движущегося тела:

$$\begin{cases} s_x = v_{0x} t + \frac{a_x t^2}{2}, \\ v_x = v_{0x} + a_x t. \end{cases} \quad (1.37)$$

Уравнения связывают пять величин: s_x, v_x, v_{0x}, a_x и t , что позволяет определить две из них, если известны остальные три. Такой подход даёт возможность решать любые задачи, касающиеся данного вида движения.

Однако в некоторых задачах время t не задано, и нет необходимости или возможности его определять. В таких случаях удобно использовать соотношение, полученное из уравнений (1.37) путём исключения переменной t . Выразим t из второй формулы: $t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$ и подставим полученное выражение в первую формулу системы (1.37):

$$s_x = v_{0x} \left[\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \right] + \frac{a_x}{2} \left[\frac{v_x - v_{0x}}{a_x} \right]^2 = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$$

Знаменитые физики



Галилео ГАЛИЛЕЙ (1564–1642), итальянский физик и астроном

Он открыл принцип инерции, установил относительность механического движения, сформулировал классический принцип относительности и закон сложения скоростей. Учёный экспериментально открыл законы, описывающие свободное падение, движение тела по наклонной плоскости и колебания маятника.

С помощью телескопа собственной конструкции Галилей сделал важнейшие астрономические открытия: обнаружил горы на Луне и четыре спутника Юпитера, фазы Венеры и пятна на Солнце, а также установил, что Млечный Путь состоит из звёзд.

Галилей был сторонником гелиоцентрической системы Коперника, за что подвергся преследованиям со стороны инквизиции.

или

$$v_x^2 - v_{0x}^2 = 2a_x s_x. \quad (1.38)$$

Эта зависимость известна как формула Галилея. Уравнение без учета времени позволяет определить одну из величин, если известны остальные три.

Д Движение тел по вертикали

Примером равнопеременного прямолинейного движения является движение тела по вертикали на высотах, значительно меньших радиуса Земли. К движению по вертикали относят движение тел, брошенных вертикально вверх, и движение тел в состоянии свободного падения (как без начальной скорости, так и с начальной скоростью, направленной вертикально вниз или вверх).

Полезно знать



Рис. 1.34

Галилео Галилей был одним из первых учёных, экспериментально исследовавших свободное падение тел. Он наблюдал за движением различных предметов, сбрасываемых со знаменитой Пизанской башни (рис. 1.34) и сравнивал время их падения (время измерялось по числу ударов сердца или по объёму воды, вытекающей через отверстие в специальном сосуде).

После многочисленных экспериментов Галилей пришёл к выводу, что при отсутствии сопротивления воздуха все тела падают с одинаковым ускорением свободного падения, независимо от массы тел.

Рассмотрим падение листа бумаги. В отличие от металлического шарика, он не падает строго вертикально, поскольку сопротивление воздуха существенно искажает его траекторию. Поэтому для изучения свободного падения необходимо провести эксперимент, в котором влияние воздуха будет исключено.

Эксперимент

Рассмотрим трубку Ньютона – стеклянную трубку длиной около 1 метра, внутри которой находятся несколько тел: перо, кусочек пробки и свинцовая дробинка. На одном из её концов имеется клапан, позволяющий откачать из трубки воздух и затем герметично её закрыть.

Если держать трубку вертикально, то тела лежат на дне. Перевернём трубку так, чтобы тела оказались вверху. Что мы наблюдаем? Тела падают по-разному: первой падает свинцовая дробинка, а последним – перо (рис. 1.35, а). Повторим опыт, частично откачав воздух из трубки. Что произойдёт при её переворачивании? Тела падают в том же порядке, но разница во времени их падения уменьшается. Когда воздух откачан почти полностью, наблюдается практически одновременное падение тел (рис. 1.35, б). Таким образом, подтверждается гипотеза о влиянии воздуха на различие скоростей падения тел, движущихся в нём.

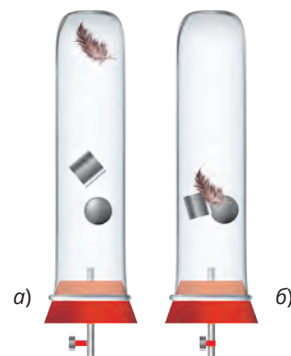


Рис. 1.35

Вывод о том, что тела падают на Землю одинаково, справедлив не только для падения в вакууме, но и для падения тел из материалов высокой плотности при умеренных скоростях (эксперименты подтвердили, что сопротивление воздуха оказывает гораздо меньшее влияние на падение свинцовой дробинки).

Экспериментально установлено, что при свободном падении тело движется равноускоренно.

Это ускорение называется **ускорением свободного падения**, направлено вертикально вниз. Ускорение свободного падения обозначается символом $\vec{g}$. Величина g зависит от географической широты местоположения тела и его высоты над поверхностью Земли.

Ускорение свободного падения (на уровне моря) принимает следующие значения: на полюсах $g = 9,8324 \text{ м/с}^2$; на широте 45° $g = 9,8067 \text{ м/с}^2$; на экваторе $g = 9,7805 \text{ м/с}^2$. При решении задач используют значения, указанные в условии: $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ или, для упрощения вычислений, $g = 10 \text{ м/с}^2$.

Рассмотрим конкретный случай. Тело бросают вертикально вверх с поверхности Земли с начальной скоростью $\vec{v}_0$. Направим ось Oy вертикально вверх, совместив начало отсчёта с точкой броска (рис. 1.36). Вектор ускорения свободного падения $\vec{g}$, направленный вертикально вниз, изобразим правее координатной оси, чтобы не загромождать чертёж. При таком выборе оси проекция ускорения $a_y = -g$,

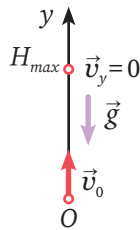


Рис. 1.36

проекция начальной скорости $v_{0y} = v_0$, а начальная координата $y_0 = 0$. В этом случае выражения (1.34) и (1.36) принимают вид:

$$v_y = v_0 - gt, \quad (1.39)$$

$$y = v_0 t - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.40)$$

В момент достижения максимальной высоты $v_y = 0$; из уравнения (1.39) находим время подъёма тела: $t_n = v_0/g$. При $t = t_n$ координата $y = H_{\max}$; из уравнения (1.40) получаем выражение для максимальной высоты подъёма: $H_{\max} = v_0^2/2g$. Отметим, что если можно пренебречь сопротивлением воздуха, то полное время движения тела до возвращения в точку броска составляет $t_{\text{общ}} = 2 t_n = 2v_0/g$.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

- 1 Движущееся тело проходит первую треть пути со скоростью $v_1 = 7,5 \text{ м/с}$, а оставшуюся часть пути – со скоростью $v_2 = 10 \text{ м/с}$. Определите среднюю скорость тела на всём пути.

Решение

Дано:

$$\begin{aligned} v_1 &= 7,5 \text{ м/с}; \\ v_2 &= 10 \text{ м/с}; \\ l_1 &= l/3; \\ l_2 &= 2l/3 \end{aligned}$$

$$v_{\text{ср}} = ?$$

Движение тела складывается из двух равномерных движений: на участке пути $l_1 = \frac{1}{3} l$ (где l – длина всего пути), пройденном со скоростью v_1 за время $t_1 = \frac{l_1}{v_1} = \frac{l}{3v_1}$, и на участке пути $l_2 = \frac{2}{3} l$, пройденном со скоростью v_2 за время $t_2 = \frac{l_2}{v_2} = \frac{2l}{3v_2}$.

Средняя скорость $v_{\text{ср}}$ на всем пути равна:

$$v_{\text{ср}} = \frac{l_1 + l_2}{t_1 + t_2} = \frac{l}{\frac{l}{3v_1} + \frac{2l}{3v_2}} = \frac{3v_1 v_2}{2v_1 + v_2}; \quad v_{\text{ср}} = 9,0 \text{ м/с}.$$

- 2* Два тела (материальные точки) начинают движение вдоль прямой линии из точки, лежащей на этой прямой. По графику зависимости проекции скорости от времени (рис. 1.37): а) опишите качественно движение тел; б) определите ускорения тел; в) запишите выражение для проекции скорости – $v_x(t)$ и координаты – $x(t)$ для обоих тел; г) определите время встречи тел; д) определите расстояния, пройденные телами до встречи.

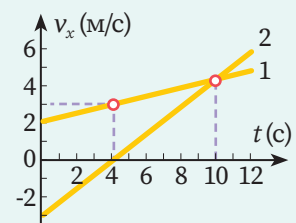


Рис. 1.37

Решение

- а) Принимаем за начало координат O точку, в которой находились тела в начальный момент времени ($t_0 = 0$). Таким образом, начальные координаты равны $x_{01} = x_{02} = 0$. Согласно графику 1 на рисунке 1.37, тело 1 совершает равноускоренное движение с начальной скоростью в положительном направлении оси Ox . Тело 2 совершает равнозамедленное движение в отрицательном направлении оси Ox до момента $t_1 = 4 \text{ с}$, когда его скорость становится равной нулю – то есть оно останавливается. В дальнейшем тело 2 движется равноускоренно в положительном направлении оси Ox ; его скорость возрастает, и в момент $t_2 = 10 \text{ с}$ скорость второго тела становится равной скорости первого тела, после чего тело 2 обгоняет тело 1. Таким образом, вплоть до момента $t_2 = 10 \text{ с}$ тела сначала удаляются друг от друга, а затем сближаются до момента последующей встречи.

- 6 За интервал времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = 4$ с изменение скорости первого движущегося тела составляет $\Delta v_{1x} = 1$ м/с. Следовательно, проекция его ускорения равна $a_{1x} = \frac{\Delta v_{1x}}{\Delta t} = 0,25$ м/с². За тот же интервал времени проекция скорости второго тела изменяется от (-3) м/с до 0 (то есть $\Delta v_{2x} = 0 - (-3) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 3$ м/с), поэтому его ускорение равно $a_{2x} = 0,75$ м/с².
- в Проекции начальной скорости тел равны $v_{10x} = 2$ м/с и $v_{20x} = -3$ м/с. Согласно (1.34), уравнение зависимости проекции скорости от времени для каждого тела имеет вид: $v_{1x} = 2 + 0,25t$ и $v_{2x} = -3 + 0,75t$. Начальные координаты тел равны нулю; следовательно, в соответствии с (1.36) можно записать следующие выражения для определения положения тел в любой момент времени t : $x_1 = 2t + 0,25 \frac{t^2}{2}$ и $x_2 = -3t + 0,75 \frac{t^2}{2}$.
- г В момент встречи координаты тел равны: $x_1 = x_2$. Приравняв координаты, получаем уравнение, с помощью которого определим время встречи тел t : $t(5 - 0,25t) = 0$. Это уравнение имеет два корня: первый, $t_0 = 0$, соответствует начальному моменту времени, когда тела находились в начале координат; второй корень уравнения, $t_3 = 20$ с, соответствует моменту встречи тел.
- д Из соотношений для координат находим координату положения тел в момент встречи: $x_1 = x_2 = 90$ м. Первое тело не меняет направления движения, поэтому пройденный им путь равен модулю изменения его координаты: $l_1 = x_1 - x_0 = 90$ м. Чтобы определить путь, пройденный вторым телом до момента встречи, необходимо учесть, что первоначально оно двигалось в отрицательном направлении оси Ox . В момент остановки ($t_1 = 4$ с) тело находилось в точке с координатой $x_2 = -6$ м. Таким образом, второе тело прошло 6 м в отрицательном направлении оси Ox , затем преодолело такое же расстояние в обратном направлении, вернувшись в начало координат, и наконец прошло ещё 90 м до точки встречи. Следовательно, общий путь, пройденный вторым телом до встречи, составил $l_2 = (2 \cdot 6 + 90) \text{ м} = 102 \text{ м}$.

- 3* Тело, брошенное вертикально вверх с поверхности Земли, дважды достигает высоты $h = 58,8$ м с интервалом времени $\Delta t = 4$ с. Определите максимальную высоту, которой достигает тело, и его начальную скорость. Принять $g = 9,8$ м/с². Сопротивлением воздуха пренебрегаем.

Решение

Дано:

$$h = 58,8 \text{ м};$$

$$\Delta t = 4 \text{ с};$$

$$g = 9,8 \text{ м/с}^2$$

$$H_{\max} - ?, v_0 - ?$$

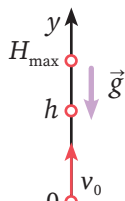


Рис. 1.38

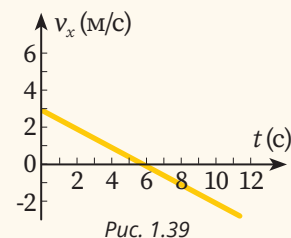
Тело достигает высоты h сначала при подъёме и затем при спуске (рис. 1.38), спустя промежуток времени Δt . Таким образом, за промежуток времени Δt тело поднимается от точки, соответствующей высоте h до $H_{\max}$, а затем движется вниз от $H_{\max}$ до h . Поскольку сопротивлением воздуха пренебрегаем, время подъёма равно времени падения. Отсюда следует, что за время $\frac{\Delta t}{2}$ тело проходит расстояние $(H_{\max} - h)$ в состоянии свободного падения. Учитывая, что в верхней позиции начальная скорость равна нулю, получаем:

$H_{\max} - h = \frac{1}{2} g \left[\frac{\Delta t}{2} \right]^2$, откуда выражаем максимальную высоту: $H_{\max} = h + \frac{g(\Delta t)^2}{8}$; $H_{\max} = 78,4$ м. Начальную скорость можно определить, используя формулу Галилея: $v_y^2 - v_{0y}^2 = 2a_y s_y$. Согласно рисунку 1.38: $v_y = 0$, $v_{0y} = v_0$, $a_y = -g$ и $s_y = H_{\max}$. В данном случае формула Галилея принимает вид: $0 - v_0^2 = 2(-g)H_{\max}$, откуда и получаем начальную скорость $v_0 = \sqrt{2gH_{\max}}$; $v_0 = 39,2$ м/с.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Назовите вид движения, при котором мгновенная скорость тела постоянно равна его средней скорости.
- ▶ Может ли движущееся тело обладать ускорением в момент времени, когда его мгновенная скорость равна нулю? Приведите примеры.
- ▶* Объясните способ определения проекций ускорения и перемещения тела, совершающего равнопеременное прямолинейное движение по графику проекции скорости.
- ▶* Укажите условие, которое необходимо учесть для определения времени подъёма тела, брошенного вертикально вверх.

- 1 Представьте и объясните формулу для вычисления средней скорости движущегося тела.
- 2 Дайте определение мгновенной скорости.
- 3 Какую скорость показывает спидометр автомобиля: среднюю или мгновенную?
- 4 Какое движение называется прямолинейным равнопеременным движением?
- 5 Дайте определение ускорения движущегося тела. Что характеризует ускорение?
- 6* Что представляет собой график проекции скорости тела при равноускоренном движении?
- 7 Объясните, как определить максимальную высоту, на которую поднимается тело, брошенное вертикально вверх.
- 8 Одну треть времени тело движется со скоростью $v_1 = 21$ м/с, а в течение оставшихся двух третей времени – со скоростью $v_2 = 30$ м/с. Определите среднюю скорость тела.
- 9 Материальная точка за время $t_1 = 2$ с прошла путь $l_1 = 5$ м, а затем в течение времени $t_2 = 3$ с двигалась с постоянной скоростью $v_2 = 5$ м/с. Определите среднюю скорость материальной точки за время движения.
- 10 **ИНЖ** Велосипедист проехал 6 км со скоростью 12 км/ч, остановился, а затем преодолел последние 10 км со скоростью 10 км/ч. Сколько времени длилась остановка велосипедиста, если его средняя скорость на всём пути составляла 8 км/ч?
- 11 **ИНЖ** Мотоциклист, двигавшийся со скоростью $v_1 = 72$ км/ч, снизил скорость до $v_2 = 54$ км/ч за промежуток времени $\Delta t = 25$ с. Определите ускорение мотоциклиста. Как оно направлено относительно вектора скорости?
- 12 **ИНЖ** Автомобиль, двигавшийся с начальной скоростью $v_0 = 7$ м/с, начал разгоняться с ускорением $a = 0,25$ м/с². Определите скорость автомобиля через $\Delta t = 20$ с.
- 13* На рисунке 1.39 представлен график проекции скорости тела, которое в начальный момент времени ($t=0$) находилось в начале координат. Определите координату тела в момент времени $t_1 = 10$ с, модуль его перемещения и пройденный путь за 10 с.
- 14 Сколько времени потребуется автомобилю, начинающему движение с ускорением $a = 0,6$ м/с², чтобы преодолеть расстояние $l = 30$ м?
- 15 **ИНЖ** Автомобиль, движущийся со скоростью $v_0 = 54$ км/ч, тормозит и останавливается через $\Delta t = 6$ с после начала торможения. Определите расстояние, пройденное автомобилем за время торможения.
- 16 **БИО** При моргании верхнее веко полностью закрывает открытый глаз, проходя расстояние 1 см за 100 мс. Определите ускорение века, считая его постоянным. Какова конечная скорость верхнего века в момент касания нижнего века?
- 17 Лыжник спустился со склона длиной $l = 100$ м за время $\Delta t = 20$ с с ускорением $a = 0,3$ м/с². Определите скорость лыжника в начале и в конце спуска.
- 18* **БИО** Голубой зимородок – небольшая птица, способная ловить рыбу. Увидев потенциальную добычу, он пикирует с определённой высоты в воду. Если зимородок нырнул в воду со скоростью 39,6 км/ч, определите, с какой высоты он пикировал. Считайте, что до начала пикирования зимородок находился в состоянии покоя.
- 19* Тело в состоянии свободного падения достигло поверхности Земли через $t = 6$ с. С какой высоты упало тело и с какой скоростью оно достигло поверхности Земли?
- 20* **БИО** Сотрясение мозга происходит при резком движении головы с очень большим ускорением. Считается, что такая травма возникает при ускорении, превышающем 1000 м/с², длительностью не менее 1 мс. Предположим, что ребёнок, ворочаясь во сне, падает с кровати, сохраняя горизонтальное положение тела, с высоты 60 см от пола. Определите величину ускорения головы ребёнка и длительность удара об пол, а также оцените риск возникновения сотрясения мозга в двух случаях: а) когда голова соприкасается с твёрдым деревянным полом и продолжает движение ещё 5 мм; б) когда она соприкасается с поверхностью пола, покрытой толстым мягким ковром и продолжает движение ещё 1 см.
- 21* Мяч бросают вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 50$ м/с. Через какое время он окажется на высоте $h = 105$ м? Прокомментируйте полученный результат.
- 22* Тело свободно падает с высоты $h = 180$ м. Какое расстояние оно проходит за последнюю секунду перед ударом о землю? А за предпоследнюю секунду?
- 23* **ИНЖ** Аэростат поднимается вертикально с постоянной скоростью $v_0 = 5$ м/с. В момент, когда аэростат находится на высоте $h = 150$ м, с него сбрасывают мяч. Сколько времени потребуется мячу, чтобы достичь земли и с какой скоростью он упадёт?
- 24* Два тела брошены последовательно из одной точки вертикально вверх с интервалом времени $\tau = 1$ с. Начальная скорость обоих тел составляет $v_0 = 30$ м/с. Через какое время после броска второго тела они столкнутся?



Лабораторная работа

№ 2

Изучение прямолинейного равноускоренного движения тела

Цель работы

Экспериментальное исследование равноускоренного прямолинейного движения тела и определение ускорения тела.

Оборудование

Секундомер (по возможности – электронный), измерительная лента, металлический желоб, штатив с лапкой и муфтой, металлический шарик, металлический цилиндр.

Краткая теория

Равноускоренное движение тела описывается уравнением (1.36).

Экспериментальная установка (рис. 1.40), используемая в данной лабораторной работе, позволяет измерить расстояние, пройденное металлическим шариком при равноускоренном движении из состояния покоя (с нулевой начальной скоростью), а также продолжительность этого движения. На основе этих измерений определяется ускорение шарика по формуле $a = \frac{2s}{t^2}$, которая выводится из уравнения (1.36) при условии $v_0 = 0$.

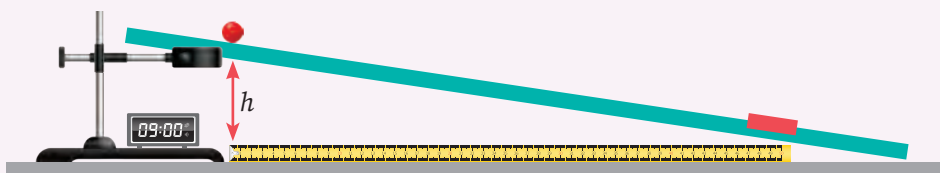


Рис. 1.40

Ход работы:

- 1 Соберите установку для проведения эксперимента, как показано на рисунке 1.40. Угол наклона желоба должен быть небольшим ($h \approx 3 \div 4$ см на 1 метр длины желоба).
- 2 Одновременно запустите секундомер и отпустите шарик из определённой точки в верхней части желоба. Остановите секундомер в момент удара шарика о цилиндр, установленный в нижней части желоба, и занесите в таблицу показания секундомера.
- 3 Измерьте расстояние, пройденное шариком, занесите данные в таблицу.
- 4 Вычислите абсолютную и относительную погрешности экспериментально определённого значения ускорения.

- 5 Повторите измерения, описанные в пунктах 2 и 3, четыре-пять раз для разных расстояний и каждый раз записывайте полученные результаты в тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.

№	t (с)	s (м)	a (м/с ²)	Δa (м/с ²)
1.				
2.				
⋮				
Среднее значение				

- 6 Представьте окончательный результат в виде $a = (\bar{a} \pm \Delta \bar{a}) \text{ м/с}^2$; $\varepsilon = \dots \%$.
- 7 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Объясните, почему угол наклона желоба, по которому скатывается шарик, должен быть малым.
- ▶ Обоснуйте назначение металлического цилиндра, расположенного в нижней части желоба.
- ▶ Объясните, как изменяется ускорение металлического шарика в зависимости от времени движения.
- ▶ Определите основные причины возникновения погрешностей в экспериментальном исследовании равноускоренного движения.

Криволинейное движение

а Равномерное движение по окружности. Период и частота вращения

Помимо прямолинейного движения (равномерного и равнопеременного), существует и криволинейное движение, простейшим видом которого является равномерное движение по окружности.

Под криволинейным движением тела понимают движение по траектории, представляющей собой кривую линию.

Значимость изучения этого вида движения обусловлена двумя факторами.

Во-первых, криволинейное движение весьма распространено: так движутся по окружностям точки твёрдых тел, вращающихся вокруг неподвижных осей (например, роторы турбин и генераторов электростанций, валы и зубчатые колёса станков, лопасти ветряных мельниц, стрелки часов и т. д.). Во-вторых, любую криволинейную траекторию можно приближённо представить как последовательность дуг окружностей (рис. 1.41). Поэтому некоторые утверждения, касающиеся движения по окружности, справедливы и для движения по произвольной криволинейной траектории.

Чтобы определить направление мгновенной скорости тела, движущегося по окружности, предположим, что за промежуток времени Δt_1 оно переместилось из положения M_0 в положение M_1 (рис. 1.42). Перемещение тела определяется хордой $\vec{s}_1 = \overline{M_0 M_1}$, а соответствующая средняя скорость $\vec{v}_{\text{ср}1} = \frac{\vec{s}_1}{\Delta t_1}$ направлена вдоль этой хорды.

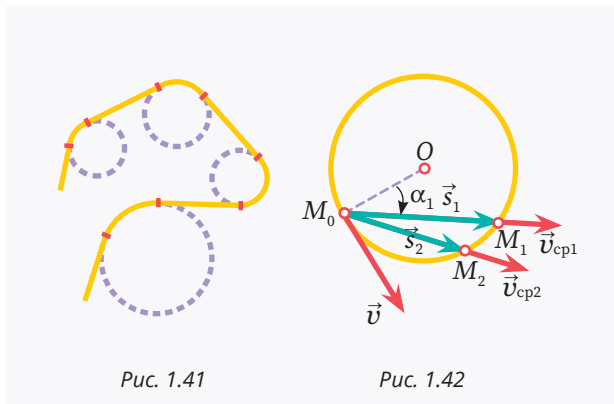


Рис. 1.41

Рис. 1.42

Уменьшим рассматриваемый промежуток времени $\Delta t_2 < \Delta t_1$. Движущаяся материальная точка занимает положение M_2 , более близкое к начальному положению M_0 . И вектор перемещения $\vec{s}_2$, и вектор средней скорости $\vec{v}_{\text{ср}2} = \frac{\vec{s}_2}{\Delta t_2}$, направленные вдоль хорды $\overline{M_0 M_2}$, имеют иное направление, но по-прежнему связаны с той же начальной точкой M_0 . Очевидно, что по мере уменьшения интервала времени угол α между вектором средней скорости и радиусом окружности $M_0 O$ увеличивается. Величина угла α приближается к 90° по мере уменьшения интервала времени Δt . Следовательно, мгновенная скорость движущегося по окружности тела перпендикулярна радиусу окружности, по которой оно движется; то есть мгновенная скорость направлена по касательной к окружности.

При любом криволинейном движении вектор мгновенной скорости тела направлен по касательной к траектории в точке, которую тело занимает.

По рисунку 1.42 также можно заметить, что разница между модулем перемещения $|\vec{s}_1|$ и соответствующей длиной пройденного пути l_1 (длиной дуги $M_0 M_1$) уменьшается по мере сокращения интервала времени. Следовательно, за очень малый промежуток времени Δt модуль мгновенной скорости равен:

$$v = \frac{|\vec{s}|}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t}. \quad (1.41)$$

Если движущееся по окружности тело проходит равные расстояния за равные промежутки времени, то движение по окружности является равномерным.

Это означает, что за одинаковые малые промежутки времени $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \dots$ движущееся тело проходит равные расстояния $l_1 = l_2 = \dots$. В этом случае модуль мгновенной скорости остаётся неизменным:

$$v = \frac{l_1}{\Delta t_1} = \frac{l_2}{\Delta t_2} = \dots = \frac{l_1 + l_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \dots = \text{const.}$$

Движение тела по окружности с постоянной по величине скоростью представляет собой равномерное движение по окружности.

Для описания этого движения вводятся специальные характеристики. Окружность – это замкну-

тая траектория, и движение тела повторяется через определённый промежуток времени, характерный для данного движения. Например, конец минутной стрелки оказывается у цифры 3 (или у другого символа на циферблате часов) каждые 3600 с.

Минимальный промежуток времени, по истечении которого движение тела точно повторяется, называется периодом вращения T (или просто периодом).

Пусть Δt – промежуток времени, в течение которого движущееся тело совершает N полных оборотов по окружности, то есть N раз полностью проходит длину окружности. Согласно определению, период вращения равен:

$$T = \frac{\Delta t}{N}. \quad (1.42)$$

Величина, определяющая количество оборотов, совершаемых телом в единицу времени, называется **частотой вращения ν** :

$$\nu = \frac{N}{\Delta t}. \quad (1.43)$$

Между частотой вращения тела и периодом существует обратная связь:

$$\nu = \frac{1}{T} \text{ и } T = \frac{1}{\nu}. \quad (1.44)$$

Единицы измерения величин в СИ: $[T] = \text{с}$ и $[\nu] = \text{с}^{-1}$.

В технике используется также величина, называемая **турация** (*turație*) – **число оборотов в минуту**, обозначаемое n : $[n] = \text{об/мин}$.

Понятия период и частота вращения тела имеют смысл только в том случае, если круговое движение является равномерным.

Для абсолютно твёрдого тела с фиксированной осью вращения период и частота вращения одинаковы для всех точек тела; то есть период и частота представляют собой уникальную характеристику вращения твёрдого тела.

Если известны радиус r окружности, описываемой движущимся телом, и период вращения T , можно определить скорость вращения тела. За один период тело проходит расстояние, равное длине окружности, $l = 2\pi r$, следовательно, его скорость равна:

$$\nu = \frac{l}{T} = \frac{2\pi r}{T}. \quad (1.45)$$

С учётом соотношения (1.44) выражение для скорости можно записать как:

$$\nu = 2\pi \nu r. \quad (1.46)$$

Скорости точек твёрдого тела тем больше, чем дальше они расположены от оси вращения.

6 Центробежное ускорение

Скорость тела, движущегося равномерно по окружности, остаётся постоянной по модулю, но изменяется по направлению. Известно, что быстрота изменения скорости характеризуется ускорением, которое определяется выражением (1.32): $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. При прямолинейном равнопеременном движении направление скорости остаётся неизменным, а модуль/величина изменяется. В случае равномерного движения по окружности ситуация обратная: направление скорости изменяется, а модуль/величина скорости остаётся неизменной. Поэтому ускорение тела в данном случае выражается иначе, чем при равнопеременном прямолинейном движении.

Рассмотрим тело, движущееся с постоянной по модулю скоростью v по окружности радиуса r . Пусть в момент времени t_0 тело находится в точке M_0 и имеет скорость $\vec{v}_0$, а в момент t – в точке M со скоростью $\vec{v}$ (рис. 1.43). Чтобы определить изменение скорости $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ за промежуток времени $\Delta t = t - t_0$, перенесём вектор $\vec{v}$ параллельно самому себе так, чтобы его начало совпало с началом вектора $\vec{v}_0$ (в точке M_0). Вектор разности $\Delta \vec{v}$ соединяет концы векторов $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$. Модули этих векторов равны ($|\vec{v}_0| = |\vec{v}| = v$), поэтому треугольник M_0AB – равнобедренный. Векторы скорости перпендикулярны радиусам, проведённым в соответствующие точки траектории ($\vec{v}_0 \perp M_0O$ и $\vec{v} \perp MO$); следовательно, угол $\angle M_0OB$ равен углу $\Delta \alpha$ между радиусами (рис. 1.43).

При определении ускорения временной интервал Δt считается очень малым, поэтому угол $\Delta \alpha$ очень мал. В этом случае дугу M_0M можно заменить хордой M_0M , длина которой равна модулю перемещения, равному расстоянию, пройденному движущимся телом: $M_0M = |\vec{s}| = l = v\Delta t$. В этом приближении сектор окружности

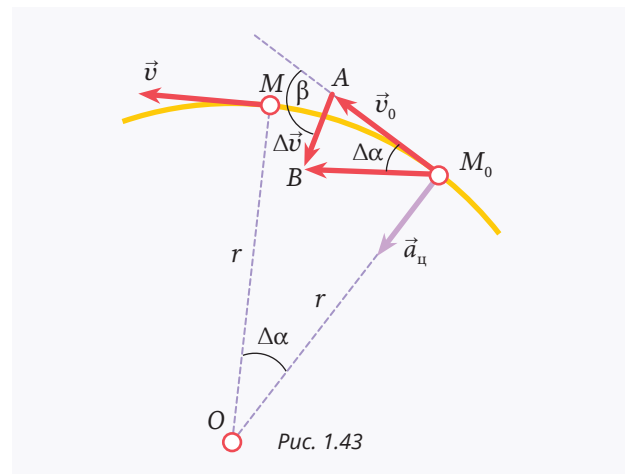


Рис. 1.43

M_0OM можно рассматривать как равнобедренный треугольник. Таким образом, получены два равнобедренных треугольника – M_0AB и OM_0M , углы при вершинах которых равны $\Delta\alpha$; следовательно, эти треугольники подобны. Приравняем отношения их соответствующих сторон:

$$\frac{AB}{M_0A} = \frac{M_0M}{M_0O}.$$

Как показано на рисунке 1.43: $AB = |\Delta\vec{v}|$, $M_0A = |\vec{v}_0| = v$, $M_0M = v\Delta t$ и $M_0O = r$. Равенство отношений принимает вид:

$$\frac{|\Delta\vec{v}|}{v} = \frac{v\Delta t}{r}.$$

Модуль/величина ускорения выражается как:

$$a = \frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}. \quad (1.47)$$

Вектор ускорения, имеющий начало в точке M_0 , направлен к центру окружности.

Векторная величина, характеризующая изменение направления вектора скорости при равномерном движении по окружности и всегда направленная к центру окружности, называется центростремительным ускорением.

Центростремительное ускорение обозначается как $a_{ц}$. Тогда

$$a_{ц} = \frac{v^2}{r}. \quad (1.48)$$

С учётом выражений (1.45) и (1.46) для скорости материальной точки, движущейся по окружности, представим выражение (1.48) следующим образом:

$$a_{ц} = \frac{4\pi^2}{T^2} r = 4\pi^2 v^2 r. \quad (1.49)$$

Из полученных соотношений следует: центростремительное ускорение точки вращающегося твёрдого тела прямо пропорционально расстоянию от этой точки до оси вращения.

В Угловая скорость

Рассмотрим абсолютно твёрдое тело с неподвижной осью вращения. Будем считать, что тело вращается равномерно, то есть точки этого тела совершают равномерное движение по окружности. Пути, проходимые этими точками за один и тот же промежуток времени (а следовательно, и их скорости, и ускорения), различаются в зависимости от расстояния точек до оси вращения.

Возьмём две произвольные точки A и B на твёрдом теле с неподвижной осью вращения (рис. 1.44). Опустим из этих точек перпендикуляры AA_0 и BB_0 на ось вращения. За промежуток времени Δt точка A описывает дугу AA' , при этом радиус AA_0 поворачивается на угол $\Delta\alpha$. В то же время точка B описывает дугу BB' , а её радиус BB_0 поворачивается на тот же

угол $\Delta\alpha$. Это обусловлено тем, что тело является абсолютно твёрдым: расстояния между любыми точками тела в процессе движения не изменяются. Угол $\Delta\alpha$ – одинаковая величина для всех точек абсолютно твёрдого тела. Он называется **углом поворота** или **угловым перемещением** твёрдого тела.

Мгновенная угловая скорость ω – это физическая величина, определяющая угол поворота $\Delta\alpha$ за очень малый промежуток времени Δt :

$$\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t}. \quad (1.50)$$

Угловая скорость ω характеризует вращение твёрдого тела, то есть движение всех точек твёрдого тела по окружности.

Углы поворота выражают в **радианах (рад)** (центральный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна радиусу окружности); следовательно, угловая скорость выражается в рад/с. Радиан, представляющий собой отношение длины дуги к радиусу, является безразмерной величиной. При подстановке конкретных значений угловой скорости в формулы обозначение «рад» опускают.

Можно легко установить связь между угловой скоростью ω и периодом T . За промежуток времени, равный одному периоду ($\Delta t = T$), угол поворота тела составляет $\Delta\alpha = 2\pi$. Подставив эти значения в формулу (1.50) с учётом соотношения (1.44), получаем

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \quad (1.51)$$

Чтобы не путать угловую скорость ω со скоростью v точки твёрдого тела, скорость v называют **линейной скоростью**.

Формула (1.51) позволяет выразить линейную скорость (1.46) и центростремительное ускорение (1.48) через угловую скорость:

$$v = \omega r, a_{ц} = \omega^2 r. \quad (1.52)$$

Движение точки по окружности с постоянной по модулю линейной скоростью ($v = \text{const}$) представляет собой равномерное вращение с постоянной угловой скоростью ($\omega = \text{const}$).

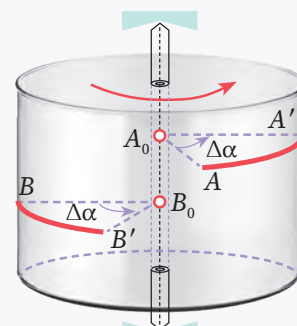


Рис. 1.44

Проанализируйте и примените!

- ▶ Объясните направление ускорения тела, движущегося равномерно по круговой траектории. Какой угол оно образует с мгновенной скоростью?
- ▶ Диск совершает равномерное вращательное движение. Какие точки на диске имеют большую линейную скорость – те, что ближе к центру, или те, что находятся на краю? Поясните ответ.
- ▶ Во сколько раз угловая скорость равномерного кругового движения минутной стрелки часов больше угловой скорости вращения Земли вокруг своей оси?

Подготовьте краткое сообщение по теме: Типы движения материальной точки

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение равномерного движения по окружности.
- 2 Опишите форму траектории движения точек абсолютно твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.
- 3 Объясните, что такое периодическое движение. Приведите примеры.
- 4 Дайте определение понятия «период вращения».
- 5 Объясните, почему при движении по окружности направление вектора средней скорости отличается от направления вектора мгновенной скорости.
- 6 Дайте определение физической величины, называемой угловой скоростью. Какова единица измерения угловой скорости?
- 7 Частота вращения диска радиусом $r = 0,2$ м составляет $\nu = 15 \text{ с}^{-1}$. Определите скорость точек на краю диска.
- 8 **ИНЖ** Скорость точки на ободе маховика диаметром $d = 0,3$ м составляет $v = 1,57$ м/с. Определите период вращения маховика.
- 9 Определите скорость движения точки на экваторе Земли, обусловленную её суточным вращением. Примите радиус Земли равным $R = 6400$ км.
- 10 Точка абсолютно твёрдого тела, равномерно вращающегося вокруг неподвижной оси, движется со скоростью $v_1 = 8$ м/с, а точка, расположенная на расстоянии $d = 0,15$ м ближе к оси, – со скоростью $v_2 = 5$ м/с. Вычислите расстояние от второй точки до оси вращения.
- 11 **ИНЖ** Минутная стрелка часов в $k = 3$ раза длиннее секундной стрелки. Вычислите отношение средних скоростей точек, расположенных на концах этих стрелок.
- 12 **ИНЖ** Велосипедист движется по полуокружности радиусом $r = 60$ м со скоростью $v = 12$ м/с. Чему равно центростремительное ускорение велосипедиста?
- 13 Центростремительное ускорение тела, движущегося по окружности со скоростью $v_1 = 0,6$ м/с, составляет $a_{ц1} = 0,9 \text{ м/с}^2$. Определите центростремительное ускорение тела при движении по той же окружности со скоростью $v_2 = 0,8$ м/с.
- 14 Точка абсолютно твёрдого тела вращается со скоростью $v = 3,2$ м/с и центростремительным ускорением $a_{ц} = 25,6 \text{ м/с}^2$. Определите угловую скорость тела и расстояние от данной точки до оси вращения.
- 15 **ИНЖ** Два колеса радиусами $r_1 = 6$ см и $r_2 = 15$ см соединены приводным ремнём. Определите угловую скорость второго колеса, если период вращения первого колеса составляет $T_1 = (0,2\pi) \text{ с}$.
- 16 **ИНЖ** Точка на краю равномерно вращающегося диска радиусом $r = 0,2$ м имеет центростремительное ускорение $a_{ц} = 1,8 \text{ м/с}^2$. Определите угловую скорость диска.
- 17 **БИО** Реактивный самолёт переходит в пикирование по очень крутой траектории; в нижней точке траектория представляет собой дугу окружности с радиусом кривизны 350 м, затем самолёт продолжает движение почти вертикально вверх. Согласно медицинским данным, пилоты теряют сознание при ускорении, равном $5,6g$, где $g = 10 \text{ м/с}^2$ (ускорение свободного падения). При какой скорости пилот может потерять сознание во время пикирования?

STEAM

От частоты вращения педалей – к скорости движения велосипеда

Цель проекта

Ретроспективный анализ развития конструктивных особенностей, принципов функционирования, модернизации и функционального применения велосипеда в социуме.

Экспериментальное исследование зависимости скорости движения велосипеда от частоты вращения педалей.



Сформируйте 4 рабочие группы.

Обсудите планы и распределите обязанности между командами.



Выполните проект STEAM, реализуйте исследование в соответствии со следующими рекомендациями:

Изучите историю изобретения и развития различных типов велосипедов и аналогичных технических устройств.

Проанализируйте принципы работы и конструктивные особенности современного велосипеда.

Объясните значимость изобретения велосипеда как с технологической, так и с социальной и экологической точек зрения.

Проведите исследование и выясните преимущества езды на велосипеде. Велотуризм.

Изучите информацию о различных спортивных соревнованиях с использованием велосипедистов (Тур де Франс, Джиро д'Италия; горный велотуризм, спортивный триатлон и др.) и **сформулируйте** собственное мнение о значении велосипедов в следующих аспектах: спортивном, экономическом, социальном, экологическом и т. д. Опираясь на знания из других областей (литературы, изобразительного искусства, музыкального искусства, кинематографа), **выявите** литературные произведения, фильмы, картины или песни, в которых упоминается или изображается велосипед.

Проанализируйте, каким образом замена загрязняющих видов транспорта велосипедом может способствовать снижению негативного воздействия на окружающую среду, и **предложите** решения по популяризации такого экологичного способа передвижения.

Оцените велодорожки в вашем районе с точки зрения их доступности и безопасности для уязвимых групп населения: детей, пенсионеров и людей с ограниченными возможностями и **предложите** пути улучшения. **Оцените** целесообразность предложенных решений в текущих условиях.

Проведите следующий эксперимент:

- ▶ Поднимите велосипед так, чтобы заднее колесо оказалось над Землёй, и определите количество оборотов колеса за каждый полный оборот педалей.
- ▶ Получите и объясните формулы/зависимости для определения скорости велосипеда и пройденного расстояния за определённый промежуток времени при равномерном движении, выраженные через диаметр колеса и частоту вращения педалей.

Создайте презентацию PowerPoint, в которой **отразите** проведённые исследования и результаты, полученные в ходе реализации проекта.

Суммативный тест

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения стали верными:

- 1 б.** **а** Система координат, жёстко связанная с телом, вместе с приборами для измерения расстояния и времени образует _____;
- 1 б.** **б** Векторная физическая величина, определяющая перемещение движущегося тела за рассматриваемый промежуток времени, называется _____;
- 1 б.** **в** Если при движении тела по окружности модуль его скорости остаётся постоянным, то такое движение по окружности является _____.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами их измерения:

1 б.	Ускорение	рад/с
1 б.	Угловая скорость	м/с
1 б.	Период вращения	см/с
		м/с ²

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

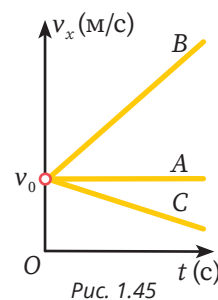
- 1 б.** **в** **л** **а** Путь, пройденный движущимся телом всегда больше или равен модулю вектора перемещения.
- 1 б.** **в** **л** **б** При равноускоренном движении скорость тела уменьшается на одну и ту же величину за равные последовательные промежутки времени.
- 1 б.** **в** **л** **в** Ускорение тела, брошенного вертикально вниз, больше во столько же раз, во сколько раз больше начальная скорость тела.

4 **3 б.** На рисунке 1.45 представлены графики зависимости проекции скорости от времени для движущихся тел А, В и С. Проанализируйте графики, опишите характер движения тел.

5 **2 б.** Человек в движении совершает 180 шагов за одну минуту. Определите среднюю скорость человека, если длина его шага составляет 60 см.

6 **2 б.** Угловая скорость колеса радиусом 40 см составляет 10 рад/с. Определите центростремительное ускорение точек на ободе этого колеса.

7 Одно тело движется равноускоренно из состояния покоя с ускорением 2 м/с², а другое – движется равнозамедленно с начальной скоростью 6 м/с и ускорением – 1 м/с².



- 2 б.** **а** Постройте графики зависимости проекции скорости от времени обоих тел в одной системе координат.
- 2 б.** **б** Используя графики, определите момент времени, когда скорости тел станут равными.
- 3 б.** **в** Какое расстояние пройдёт второе тело за время, до момента, когда скорости тел станут одинаковыми?
- 3 б.** **г** Определите момент времени встречи тел.

8 Тело бросают вертикально вверх с поверхности Земли с начальной скоростью 20 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха и принимая ускорение свободного падения равным $g = 10 \text{ м/с}^2$, определите:

- 3 б.** **а** высоту, на которой скорость тела составит половину от начальной скорости;
- 3 б.** **б** время, за которое произойдёт такое уменьшение скорости.

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения были верными:

- 1 6.** **а** Вектор, соединяющий начальное и конечное положения движущегося тела, называется _____ ;
- 1 6.** **б** При равнозамедленном движении скорость тела _____ ;
- 1 6.** **в** Если при движении по окружности тело проходит равные расстояния за равные промежутки времени, то такое движение является _____ .

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами их измерения:

1 6.	Скорость	1/с
1 6.	Центростремительное ускорение	с
1 6.	Частота вращения	м/с
		м/с ²

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- | | | | |
|-------------|----------|----------|---|
| 1 6. | В | Л | а При равномерном прямолинейном движении расстояние, пройденное телом, пропорционально продолжительности движения. |
| 1 6. | В | Л | б При неизменном значении скорости тела, движущегося в направлении, принятом за положительное, ускорение отрицательно. |
| 1 6. | В | Л | в Центростремительное ускорение точки абсолютно твёрдого тела, совершающего вращательное движение, обратно пропорционально расстоянию от этой точки до оси вращения. |

4 **2 6.** Ученица преодолевает расстояние 2,16 км за 20 минут. Определите среднюю скорость ученицы.

5 **2 6.** Линейная скорость точек на ободе диска радиусом 40 см составляет 1,6 м/с. Определите угловую скорость движения диска.

6 Автомобиль, движущийся равноускоренно, за 30 секунд увеличил свою скорость с 18 км/ч до 72 км/ч. Определите:

- 2 6.** **а** ускорение автомобиля;
- 2 6.** **б** расстояние, пройденное автомобилем за это время.

7 Два спортсмена, находящиеся на расстоянии 90 м друг от друга, одновременно начинают движение навстречу друг другу. Первый спортсмен начинает движение со скоростью 2 м/с и увеличивает её с ускорением 1 м/с². Второй спортсмен начинает движение в противоположном направлении со скоростью 4 м/с и увеличивает её с ускорением 2 м/с².

- 4 6.** **а** Запишите уравнение скорости и движения для каждого спортсмена в одной системе отсчёта.
- 3 6.** **б** Через какое время спортсмены встретятся?
- 2 6.** **в** Каково расстояние от точки встречи до начала координат?
- 2 6.** **г** Какова скорость каждого спортсмена в момент встречи?

Движение тел по параболическим траекториям

Одним из видов криволинейного движения является движение материальной точки, брошенной под углом к горизонту. Предположим, что материальная точка брошена с поверхности Земли со скоростью $\vec{v}_0$, составляющей угол α с линией горизонта. Выберем систему координат с началом O в точке броска, направив ось Ox горизонтально, а ось Oy – вертикально так, чтобы вектор начальной скорости $\vec{v}_0$ лежал в координатной плоскости xOy (рис. 1.46).

Ускорение тела равно ускорению свободного падения g , направленному вертикально вниз. Таким образом, проекции ускорения тела на координатные оси равны:

$$a_x = 0, \quad a_y = -g. \quad (1.53)$$

Для анализа движения тела в плоскости xOy после броска разложим это движение на две составляющие вдоль координатных осей Ox и Oy (рис. 1.46).

Согласно соотношению (1.53) движение тела вдоль оси Ox является равномерным. Скорость тела v_x в направлении Ox остаётся постоянной и равна начальной скорости $v_x = v_{0x} = v_0 \cos \alpha$ (рис. 1.46).

В начальный момент координата $x_0 = 0$; поэтому для координаты тела x в соответствии с формулой (1.21) для равномерного прямолинейного движения, можно записать: $x = v_x t = v_0 t \cos \alpha$.

Движение вдоль оси Oy представляет собой движение тела, брошенного вертикально вверх из начала координат с начальной скоростью $v_{0y} = v_0 \sin \alpha$ (рис. 1.46). Подставив это значение в формулы (1.39) и (1.40), получаем:

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt,$$

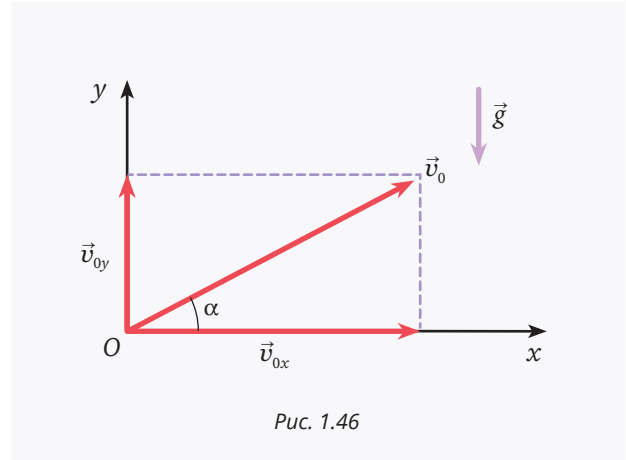
$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}.$$

Таким образом, для тела, брошенного из начала координат со скоростью v_0 под углом α к горизонту, справедливы следующие выражения:

1) для проекций скорости:

$$v_x = v_0 \cos \alpha, \quad (1.54)$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt; \quad (1.55)$$



2) для координат:

$$x = v_0 t \cos \alpha, \quad (1.56)$$

$$y = v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.57)$$

Определим форму траектории движения тела. Чтобы получить уравнение, описывающее траекторию движения, исключим время из уравнений (1.56) и (1.57). Получаем $t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$, тогда

$$y = tg \alpha \cdot x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} x^2. \quad (1.58)$$

Получили уравнение параболы, ветви которой направлены вниз (коэффициент при x^2 отрицателен). Точки пересечения параболы с осью Ox (рис. 1.47) определяются из условия $y = 0$. Получаем два значения: $x_1 = 0$ и $x_2 = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$. Первое значение указывает на то, что тело брошено из начала координат, через которое проходит парабола. Второе значение определяет путь, пройденный материальной точкой по горизонтали до падения на землю (рис. 1.47), называемый **дальностью полёта**:

$$L = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \quad (1.59)$$

Анализ выражения (1.59) показывает, что при заданной начальной скорости v_0 максимальная дальность полёта достигается, когда угол $\alpha = \frac{\pi}{4}$ (так что $\sin 2\alpha = 1$). Получаем $L_{\max} = \frac{v_0^2}{g}$.

Ещё одной характерной точкой параболы является её вершина. Как показано на рисунке 1.47, координата y_m этой точки соответствует максимальной высоте $H_{\max}$, достигаемой телом, а координата x_m – горизонтальному расстоянию от точки запуска до этой точки. Значения координат вершины параболы можно определить, учитывая, что в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости тела v_y равна нулю ($v_y = 0$); это же условие используется и для определения максимальной высоты подъёма тела, брошенного вертикально вверх. Подставив $v_y = 0$ в уравнение (1.55), получаем время подъёма:

$$t_n = \frac{v_0 \sin \alpha}{g}, \quad (1.60)$$

а затем, используя (1.57), находим максимальную высоту:

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}. \quad (1.61)$$

Для координаты x_m , используя уравнения (1.56) и (1.60), получаем: $x_m = \frac{v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g} = \frac{L}{2}$, что свидетельствует о симметрии параболы относительно прямой $x = x_m$.

Полное время полёта $t_{\text{полн}}$ получаем из выражения (1.57), подставив координату точки приземления $y = 0$:

$$t_{\text{полн}} = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}, \quad (1.62)$$

что означает, что полное время полёта вдвое превышает время подъёма (1.60).

Подставив время (1.62) в выражение (1.56) для координаты x , получаем выражение (1.59) для дальности полёта.

Выражения (1.54) и (1.55) позволяют определить величину скорости тела в любой момент времени:

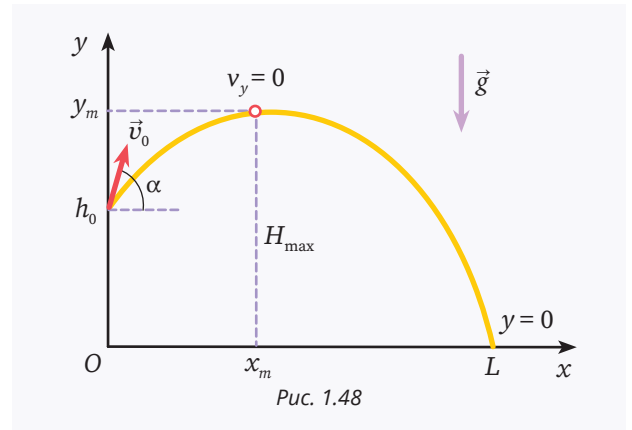
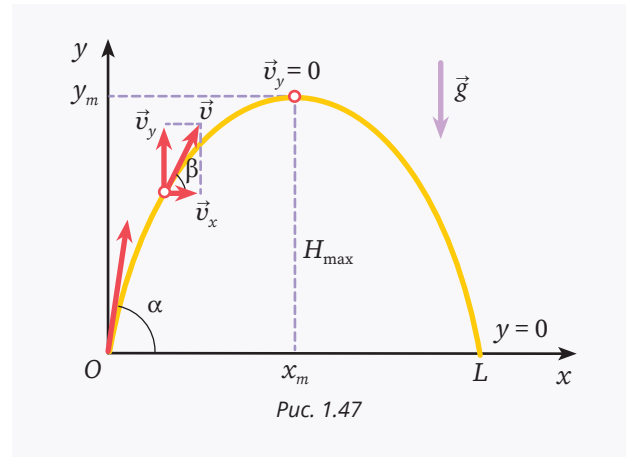
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt)^2}, \quad (1.63)$$

а также угол β , образуемый вектором скорости с линией горизонта. Как видно из рисунка 1.47:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha}. \quad (1.64)$$

Учитывая выражение (1.60) для времени подъёма t_n видим, что $\operatorname{tg} \beta > 0$ при $t < t_n$ и $\operatorname{tg} \beta < 0$ при $t > t_n$. Это также очевидно из формы траектории (рис. 1.47), если принять во внимание, что мгновенная скорость направлена по касательной к траектории.

Рассмотрим более общий случай: тело бросают с некоторой высоты h_0 со скоростью, образующей



углом α с горизонтом (рис. 1.48). Единственное изменение по сравнению с предыдущим случаем касается выражения (1.57) для координаты y , которое принимает вид

$$y = h_0 + v_0 t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.65)$$

Рассмотрим частный случай: тело брошено горизонтально с высоты h_0 над поверхностью Земли. Угол $\alpha = 0$, и формулы (1.54)–(1.56) и (1.65) принимают вид

$$v_x = v_0, v_y = -gt, \quad (1.66)$$

$$x = v_0 t, y = h_0 - \frac{gt^2}{2}. \quad (1.67)$$

Выражения (1.66), (1.67) позволяют рассчитать все величины, характеризующие движение тела, брошенного горизонтально.

На основании анализа рассмотренных выше случаев движения можно сделать вывод, что движение тела с постоянным ускорением ($\vec{a} = \text{const}$) представляет собой в общем случае движение по параболической траектории. Лишь в частном случае, когда начальная скорость $\vec{v}$ коллинеарна вектору постоянного ускорения $\vec{a}$, движение тела является равнопеременным прямолинейным.

- 1 Представьте вывод выражения (1.61) для максимальной высоты полёта $H_{\max}$, исходя из уравнения траектории (1.58).
- 2 При каком угле бросания тела расстояние до точки падения на землю (дальность полёта) достигает максимально возможного значения для заданной начальной скорости?
- 3 Рассмотрим два тела, брошенных с поверхности Земли с одинаковыми по величине начальными скоростями, но под разными углами: $\alpha_1 = \alpha$ и $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha$, где $\alpha < 45^\circ$. Как соотносятся дальности полёта этих тел? Как соотносятся максимальные высоты? Чем различаются траектории движения тел?
- 4 Можно ли утверждать, что движение с постоянным ускорением ($\vec{a} = \text{const}$) – это всегда равноускоренное прямолинейное движение? Обоснуйте ответ.
- 5 Тело брошено горизонтально со скоростью $v_0 = 20$ м/с. Дальность полёта тела равна высоте, с которой тело было брошено. Определите высоту с которой было брошено тело.
- 6 Тело бросают горизонтально с башни со скоростью $v_0 = 12$ м/с. Известно, что в момент падения на землю скорость тела образует угол $\beta = 30^\circ$ с вертикалью. Определите:
 - а модуль скорости тела в момент падения на землю;
 - б время полёта тела до падения на землю;
 - в высоту башни, с которой тело было брошено;
 - г расстояние от основания башни до точки падения тела.
- 7 Какова минимальная скорость, с которой нужно бросить тело под углом к горизонту, чтобы максимальная дальность полёта составила $L = 40$ м?
- 8 Тело бросают с начальной скоростью 10 м/с под таким углом к горизонту, что дальность полёта в три раза превышает максимальную высоту, достигнутую в полете. Определите скорость тела на этой высоте. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 9 Тело брошено под углом $\alpha = 45^\circ$ к горизонту с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите:
 - а горизонтальную и вертикальную составляющие вектора скорости тела в начальный момент времени, а также модуль скорости как функцию времени;
 - б зависимость от времени угла между вектором скорости и линией горизонта;
 - в координаты x и y тела как функции времени;
 - г уравнение траектории движения тела;
 - д максимальную высоту подъёма тела, дальность полёта и полное время полёта.
- 10 **ИНЖ** С сельскохозяйственного самолёта, летящего горизонтально со скоростью 180 км/ч на высоте $H = 150$ м, сбрасывают груз. На какой высоте h вектор скорости груза будет направлен под углом 30° к горизонту? Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 11 В спортивном зале ученик ударяет по мячу, сообщая ему скорость 20 м/с под углом 60° . Мяч ударяется о потолок зала и падает на пол. На каком расстоянии от точки удара мяч упадёт на пол? Высота спортивного зала составляет 10 м. Сопротивлением воздуха пренебречь.
- 12 Ребёнок бросает мяч с начальной скоростью $v_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Зная, что мяч ударяется о вертикальную стену через $t = 2$ с, определите высоту, на которой мяч попадает в стену, его скорость в момент удара и угол, который он образует с горизонтом.
- 13 Тело брошено с высоты $h_0 = 15$ м с начальной скоростью $v_0 = 40$ м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Определите:
 - а максимальную высоту, которую достигает тело;
 - б время полёта тела до падения на землю;
 - в дальность полёта тела.
- 14 **ИНЖ** Струя воды вырывается из шланга, лежащего на земле под углом 30° к горизонту. Скорость воды на выходе из шланга составляет 20 м/с. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м³. Определите:
 - а дальность полёта струи воды и максимальную высоту, на которую она поднимается;
 - б массу воды в струе во время полёта, если площадь поперечного сечения шланга составляет 5 см².

При решении задач 5–14 принять $g = 10$ м/с².



ДИНАМИКА

В кинематике при описании движения тела отмечалось, что система отсчёта выбирается произвольно и может быть связана с любым телом. Таким образом, с кинематической точки зрения все системы отсчёта равноправны.

2.1

Закон инерции. Инерциальные системы отсчёта

С точки зрения динамики на вопросы «Почему данное тело движется именно таким, а не иным образом?» и «Существуют ли особые системы отсчёта или же все системы равноправны?» даются разные ответы. Ответ на второй вопрос был впервые получен Галилеем на основе анализа наблюдений и экспериментов. Рассмотрим некоторые из них.

Эксперимент

Рассмотрим движение металлического шара по поверхности стола (рис. 2.1), изменяя покрытие поверхности стола с помощью различных материалов. Придаём шару скорость, одинаковую для каждого случая, и измеряем расстояние, пройденное до остановки. В первом случае на столе расстилаем шерстяную ткань. Наблюдаем: после прохождения определённого расстояния шар останавливается. Однако если покрыть поверхность стола

картоном, расстояние, пройденное шаром, увеличивается. Расстояние, пройденное шаром, будет ещё больше, если покрыть поверхность стола стеклом.

Мы установили, что расстояние, пройденное шаром, зависит от свойств тела и от свойств поверхности, по которой движется шар. Шар останавливается под воздействием поверхности, по которой он движется, а также под воздействием окружающего воздуха/среды. В случае более гладкой поверхности стола, процесс торможения шара проявляется меньше, и шар будет дольше находиться в состоянии движения.

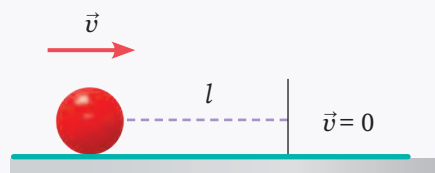


Рис. 2.1

Галилей пришёл к выводу: **тело сохраняет свое равномерное прямолинейное движение при отсутствии воздействия других тел.**

Эксперимент

Исследуем другой случай. На горизонтальной поверхности покоится гружёная тележка. Тележка сохраняет состояние покоя до тех пор, пока воздействие других тел отсутствует (рис. 2.2, а). Чтобы привести тележку в движение, то есть вывести из состояния покоя, необходимо внешнее воздействие (рис. 2.2, б). Однако, если тележка находится в состоянии движения, для её остановки также потребуется внешнее воздействие (рис. 2.2, в).

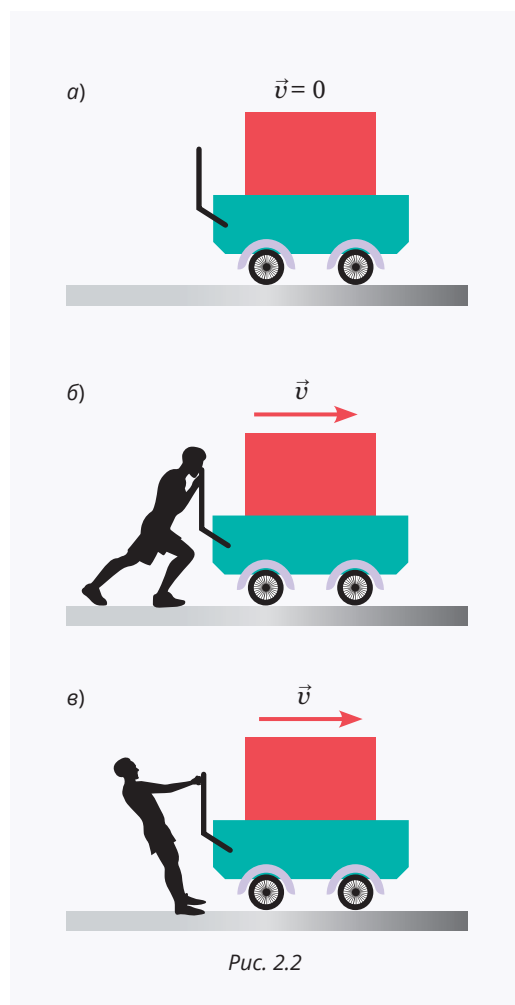


Рис. 2.2

На основании рассмотренных и многих других подобных экспериментов можно выделить важное явление: стремление тел сохранять состояние равномерного прямолинейного движения или покоя, пока другие тела не вынудят их изменить это состояние. Данное явление называется **инерцией**.

Инерция проявляется у тел, на которые другие тела не воздействуют или действия которых скомпенсированы. В описанных экспериментах на шар или на тележку по-прежнему действуют Земля и поверхность, на которой тела находятся. Однако эти воздействия не влияют на движение исследуемых тел; поэтому говорят, что воздействия **скомпенсированы** или **уравновешивают** друг друга.

Чтобы убедиться в существовании такой компенсации воздействий, рассмотрим следующий эксперимент (рис. 2.3).

Эксперимент

Шар находится в состоянии покоя (рис. 2.3, а) под действием Земли и нити, на которой он подвешен. Когда нить перерезают (рис. 2.3, б), её действие прекращается, равновесие сил нарушается и шарик падает; таким образом, он выводится из состояния покоя некомпенсированным действием Земли.

Обобщая, приходим к выводу, который впервые сформулировал Галилео Галилей и который Исаак Ньютон включил в свою систему механических принципов в качестве **первого закона динамики** или **принципа инерции**:

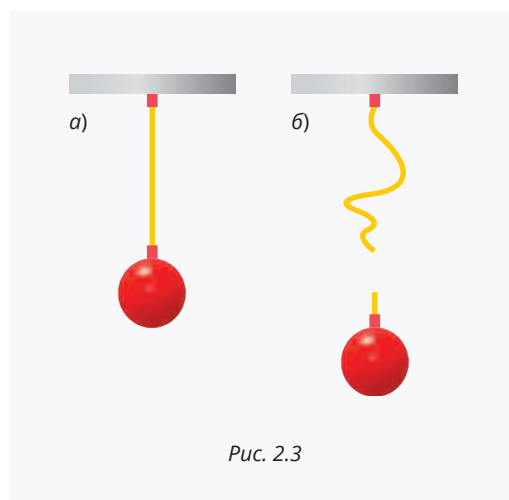


Рис. 2.3

Всякое тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока на него не подействуют другие тела, вынуждающие его изменить это состояние.

Отметим, что описанные эксперименты проводились и анализировались в системе отсчёта, связанной с Землёй; поэтому сформулированный выше принцип в этой системе отсчёта справедлив. Однако можно выделить системы отсчёта, в которых принцип инерции не выполняется. Например, рассмотрим наблюдателя на вращающемся диске: он видит, как деревья и дома движутся вокруг него по окружности, хотя на них в горизонтальной плоскости никакие тела не воздействуют.

Системы отсчёта, в которых выполняется принцип инерции, называются инерциальными системами отсчёта, а те, в которых принцип инерции не выполняется, – неинерциальными.

Чтобы определить, является ли данная система отсчёта инерциальной, необходимо экспериментально проверить, соблюдается ли в данной системе отсчёта принцип инерции.

Согласно принципу инерции, состояние равномерного прямолинейного движения является естественным состоянием тел (говорят, что такие тела движутся по инерции), тела находятся в состоянии непрерывного движения. Тела, находящиеся в состоянии покоя относительно Земли, на самом деле вращаются вместе с ней вокруг её оси, обращаются вместе с Землёй вокруг Солнца и движутся по Вселенной вместе с ней.

Мы часто наблюдаем, как движение тел с течением времени замедляется и они останавливаются. Однако это не противоречит принципу инерции: движение тел прекращается из-за воздействия окружающих тел на движущиеся тела, в результате чего скорость постепенно уменьшается – вплоть до полной остановки.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Прикрепите нитку к нижней части шара, представленного на *рисунке 2.3*, так, чтобы она висела вдоль той же вертикальной линии, что и нить, прикреплённая в верхней части. Потяните за висющую нить один раз медленно, а затем быстро. Что вы наблюдаете? Объясните.
- ▶ Объясните, почему вы обычно встряхиваете медицинский термометр перед использованием.
- ▶ Ученица едет в автобусе с задёрнутыми шторами. Мяч лежит на полу в проходе рядом с ней. В какой-то момент ученица замечает, что мяч внезапно начинает катиться в переднюю часть автобуса. Какие выводы может сделать ученица о движении автобуса на основе этого наблюдения?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните проявление инерции тел. Приведите примеры, отличные от тех, что представлены в учебнике.
- 2 Сформулируйте принцип инерции.
- 3 Объясните, какие системы отсчёта называются инерциальными.
- 4 Объясните, как установить, является ли система отсчёта инерциальной.
- 5 Проведите эксперимент. Изготовьте несколько одинаковых бумажных колец и возьмите тонкую деревянную палочку. Используя две опоры, соберите механическое устройство, представленное на *рисунке 2.4*. С помощью металлического стержня плавно надавите на середину деревянной палочки и постепенно увеличивайте силу нажатия. В какой-то момент одно из бумажных колец порвётся. Замените порванное кольцо целым и продолжите эксперимент. Однако на этот раз резко ударьте по деревянной палочке металлическим стержнем. В этом случае деревянная палочка сломается, а бумажные кольца останутся целыми. Чем обусловлен такой исход эксперимента?

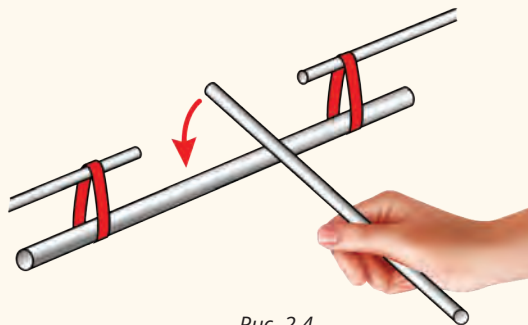


Рис. 2.4

2.2

Основной закон динамики

а Масса

Эксперимент

Рассмотрим две тележки, способные двигаться по прямолинейному участку **идеальной поверхности**. Поверхность считается идеальной (или **гладкой**), если трением при движении по поверхности можно пренебречь. На каждой тележке закреплён магнит вдоль направления движения, а сама тележка оснащена акселерометром – прибором для измерения ускорения (акселерометры широко применяются в авиации). Сближаем тележки таким образом, чтобы магниты были обращены друг к другу одноимёнными полюсами (рис. 2.5, а). В определённый момент мы отпускаем тележки; одноимённые полюса магнитов отталкиваются и тележки разъезжаются. Фиксируем ускорения тележек: в определённой точке (при определённом расстоянии между ними) ускорения тележек равны a_1 и a_2 , а спустя некоторое время (на большем расстоянии) значения ускорений составляют a'_1 и a'_2 . Устанавливаем, что $a'_1 < a_1$ и $a'_2 < a_2$. Определяем отношения ускорений: $\frac{a_2}{a_1} = \frac{a'_2}{a'_1}$.

Повторим эксперимент, расположив магниты таким образом, чтобы они были обращены друг к другу разноимёнными полюсами (рис. 2.5, б). После отпускания, под действием притяжения магнитов тележки начинают сближаться. В определённый момент времени их ускорения равны a''_1 и a''_2 , и спустя некоторое время (на меньшем расстоянии) значения ускорений составляют a'''_1 и a'''_2 . Устанавливаем, что $a'''_1 > a''_1$ и $a'''_2 > a''_2$, а отношения ускорений равны: $\frac{a''_2}{a''_1} = \frac{a'''_2}{a'''_1}$.

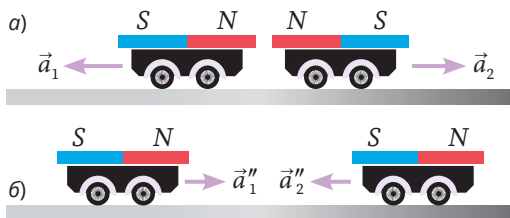


Рис. 2.5

Таким образом, проводя эксперименты подобного рода, замечаем, что всякий раз, когда ускорение одной тележки принимает большее (или меньшее) значение, ускорение второй тележки также принимает большее (или меньшее) значение; иными словами, ускорения тележек возрастают или убывают одновременно.

Взяв отношения ускорений, приобретённых тележками в каждом случае, получаем закономерность:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a'_2}{a'_1} = \frac{a''_2}{a''_1} = \dots, \quad (2.1)$$

что означает: отношение ускорений двух взаимодействующих тел постоянно и не зависит от характера их взаимодействия.

Тело, которое в результате взаимодействия приобретает меньшее ускорение – то есть тело, оказывающее большее противодействие изменению своей скорости, – называют более инертным по сравнению с другим телом. Характеристикой свойства тел противодействовать изменению скорости является скалярная физическая величина, называемая **массой**.

Если обозначить массы взаимодействующих тел как m_1 и m_2 , то отношение масс определяется соотношением

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}. \quad (2.2)$$

Отношение масс двух тел равно обратному отношению ускорений, приобретённых этими телами в результате их взаимодействия.

Таким образом, на основе описанного эксперимента и соотношения (2.2) можно определить отношения между массами различных тел.

Полезно знать

Для определения массы любого тела необходимо выбрать тело в качестве эталона массы и принять его массу за единицу измерения массы. До 2019 года таким эталоном служил цилиндр диаметром и высотой 39 мм, изготовленный из специального сплава платины (90%) и иридия (10%). Масса этого эталона была принята за единицу измерения, называемую **килограмм** (кг), и служила одной из основных единиц СИ.

Следует, однако, отметить, что определение эталона массы в 2019 году было пересмотрено: килограмм – это масса покоящегося тела, энергетический эквивалент которого равен энергии совокупности фотонов, частоты которых суммируются в соответствии с постоянной Планка.

Если определить ускорения, возникающие в результате взаимодействия: a – ускорение какого-либо тела и $a_{\text{эт}}$ – ускорение эталона массы, обозначить массы тел соответственно m и $m_{\text{эт}}$, то, в соответствии с соотношением (2.2) получим:

$$\frac{m}{m_{\text{эт}}} = \frac{a_{\text{эт}}}{a}.$$

Следовательно, масса тела равна:

$$m = \frac{a_{\text{эт}}}{a} \cdot m_{\text{эт}}. \quad (2.3)$$

Исследуя взаимодействие тела известной массы с другим телом и определив их ускорения при взаимодействии тела известной массы с другим телом, можно найти массу второго тела, затем третьего и т. д.

Описанный метод определения массы тел – не единственный. Для макроскопических тел наиболее часто применяемым методом является взвешивание; оно основано на сравнении масс тел по действию, оказываемому Землёй на исследуемые тела. Массы микроскопических частиц – молекул, атомов, электронов и т. д. – определяют другими методами.

Полезно знать

Отметим два важных свойства, характеризующих массу тела:

1. Система, состоящая из тел с массами $m_1, m_2, \dots, m_n$, ведёт себя как единое тело с массой, равной сумме масс составляющих её тел:

$$m = m_1 + m_2 + \dots + m_n. \quad (2.4)$$

Это свойство массы называется **аддитивностью** (от лат. *additivus* – «прибавляемый» или «получаемый сложением»).

2. В механике масса тела считается величиной постоянной, не зависящей от системы отсчёта, выбранной для описания движения тела. В 1905 году было установлено, что это свойство справедливо лишь при скоростях, значительно меньших скорости света в вакууме, составляющей $c = 300\,000$ км/с.

6 Сила

В результате взаимодействия тела приобретает ускорение. Следовательно, если тело движется с ускорением, это обусловлено воздействием на него другого тела (или других тел). Различия в значениях ускорения указывают на то, что соответствующие воздействия могут различаться.

Физическая величина, количественно характеризующая действие одного тела на другое, называется силой (обозначается буквой $\vec{F}$). Сила определяется точкой приложения (к телу, на которое она действует), модулем и направлением; следовательно, сила является векторной величиной. Прямая, вдоль которой направлен вектор силы, называется линией действия силы.

Единицей измерения силы в СИ является ньютон (Н).

Вблизи поверхности Земли тела свободно падают на неё с одинаковым ускорением свободного падения g (см. п. 1.7, д). Ускорение свободного падения сообщается телу Землёй, что является проявлением действия Земли на свободно падающее тело. Ускорение свободного падения направлено вертикально вниз; иными словами, сила, сообщающая телу ускорение, направлена так же.

Сила, с которой Земля действует на тело, находящееся вблизи неё, сообщая ему ускорение свободного падения, называется силой тяжести (обозначается буквой $\vec{G}$)

Пример

Верхний конец пружины закреплён, а на нижнем имеется загнутый крючок, к которому можно подвешивать тела (рис. 2.6, а). Обозначим через l_0 длину пружины в недеформированном состоянии. При подвешивании к ней тела длина пружины увеличивается на Δl (рис. 2.6, б). Подвешенное тело находится в состоянии покоя; следовательно, действие Земли на тело уравнивается действием деформированной пружины. Таким образом, действие одних тел на другие может привести к деформации.

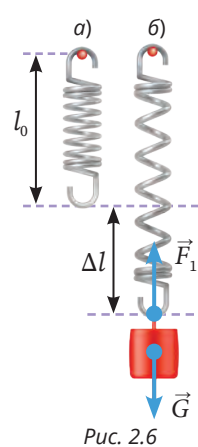


Рис. 2.6

На подвешенное тело действует сила тяжести со стороны Земли $\vec{G}$ и направленная вертикально вверх сила упругости $\vec{F}$ со стороны деформированной пружины, называемая **силой упругости**. Сила упругости уравнивает силу тяжести, и их сумма равна нулю $\vec{F} + \vec{G} = 0$. Силы равны по модулю, действуют вдоль одной прямой и направлены в противоположные стороны.

В реальности точки приложения сил, действующих на тело, различны, но используемое в механике приближение, согласно которому тела можно рассматривать как материальные точки, позволяет представить все силы как имеющие общую точку приложения.

Для сравнения значений сил можно использовать упругую пружину. Пружина является основной конструктивной частью динамометра (рис. 2.7) – прибора, используемого для измерения сил. На шкале динамометра в ньютонах указываются значения сил, вызывающих соответствующие удлинения пружины.



Рис. 2.7

Подводя итог вышесказанному, мы приходим к выводу, что сила – это векторная физическая величина, характеризующаяся точкой приложения, модулем и направлением. Действующая на тело сила придаёт ему ускорение или деформирует его. Сила определяется двумя телами: телом, на которое она действует, и телом, которое действует с этой силой.

В Основной закон динамики

Эксперимент

Исследуем движение тележки по длинному гладкому горизонтальному столу, на одном из концов которого закреплён **идеальный блок**. На тележке размещено несколько одинаковых тел, снабжённых крючками. К тележке прикреплена **идеальная нить**, перекинутая через блок. Напомним, что нить (или трос) считается идеальной, если она невесома и нерастяжима, а идеальный блок – это блок, масса которого и трение (как между нитью и желобом, так и на оси) пренебрежимо малы. Одно из тел снимают с тележки и подвешивают к свободному концу нити (рис. 2.8, а). В результате под действием силы натяжения нити, обусловленной силой тяжести подвешенного тела G тележка начинает двигаться равноускоренно с ускорением $\vec{a}_1$.

Затем ещё одно из тел снимают с тележки и присоединяют к подвешенному телу (рис. 2.8, б). Общая масса системы движущихся тел остаётся неизменной, тогда как сила тяжести, вызывающая ускорение, удваивается и становится равной $2G$. Ускорение тел также возрастает вдвое: $a_2 = 2a_1$.

Следовательно, ускорение системы тел неизменной массы прямо пропорционально силе, вызывающей это ускорение:

$$a \sim F \text{ (для } m = \text{const}).$$

Чтобы изучить зависимость ускорения тела от массы (при определённой силе), присоединяем к тележке, находящейся на столе, такую же тележку, на которой размещены два тела, идентичных телам, которые были на первой тележке. Таким образом, масса системы тел увеличилась вдвое.

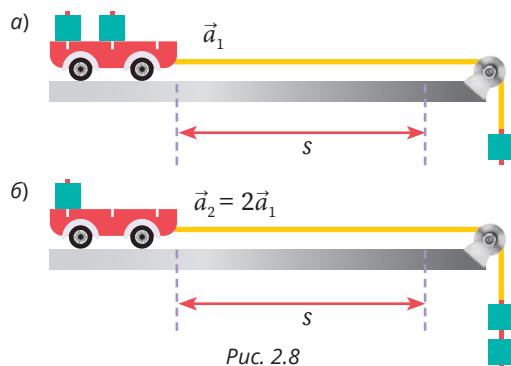


Рис. 2.8

При проведении эксперимента с одним подвешенным телом получается ускорение, равное $\frac{a_1}{2}$, тогда как с двумя подвешенными телами ускорение составляет $\frac{a_2}{2}$ и так далее. Следовательно, одна и та же сила сообщает системе тел, масса которой вдвое больше, ускорение, вдвое меньшее; то есть ускорение обратно пропорционально массе:

$$a \sim \frac{1}{m} \text{ (для } F = \text{const}).$$

Из полученных результатов следует

$$a \sim \frac{F}{m} \text{ или } ma \sim F.$$

Чтобы выразить это в виде равенства, необходимо ввести коэффициент пропорциональности, зависящий от выбранных единиц измерения. В СИ этот коэффициент принимается равным единице; следовательно, полученное соотношение принимает вид:

$$ma = F. \quad (2.5)$$

Сила и ускорение – векторные величины; сила и ускорение одинаково направлены, поэтому соотношение (2.5) можно записать в векторной форме:

$$m\vec{a} = \vec{F}. \quad (2.6)$$

Произведение массы тела на его ускорение равно силе, сообщающей телу это ускорение.

Данная формулировка выражает основной закон динамики, также известный как **второй закон динамики** или **второй закон Ньютона**. Соотношение (2.6) позволяет определить силу, действующую на тело, если определён характер его движения. И наоборот: если известна действующая сила, можно определить ускорение тела, а следовательно, и характер его движения.

Подставив в соотношение (2.5) массу тела $m = 1$ кг и ускорение $a = 1$ м/с², получаем единицу измерения силы в Международной системе единиц – **ньютон** (Н):

$$[F] = [m] \cdot [a] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}.$$

Ньютон – это сила, сообщающая телу массу 1 кг ускорение 1 м/с².

Эксперименты, подтверждающие основной закон динамики, рассматривались в системе отсчёта, связанной с Землёй, которая является инерциальной системой отсчёта. Поэтому данный закон применим только в инерциальных системах отсчёта.

Если в соотношение (2.6) подставить силу $\vec{F} = 0$, получим ускорение $\vec{a} = 0$; следовательно, скорость тела $\vec{v}$ остаётся постоянной – это означает, что движение тела является прямолинейным и равно-

мерным. Таким образом, при отсутствии внешнего воздействия ($\vec{F} = 0$) тело движется прямолинейно с постоянной скоростью ($\vec{v} = \text{const}$). Может показаться, что принцип инерции является следствием второго закона динамики. Однако ситуация иная: фундаментальный принцип динамики справедлив лишь в инерциальных системах отсчёта, а их можно определить только с помощью принципа инерции. Следовательно, вывод о том, что при отсутствии внешних воздействий тело движется по прямой с постоянной скоростью, показывает, что первый и второй законы динамики не противоречат друг другу, а согласуются.

Соотношение (2.6) установлено для тела, на которое действуют одна сила. Однако чаще всего на тело действуют несколько сил: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$. В этом случае ускорение тела определяется равнодействующей сил $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$, действующих на тело, то есть:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}_1}{m} + \frac{\vec{F}_2}{m} + \dots + \frac{\vec{F}_n}{m}.$$

Следовательно,

$$m\vec{a} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n. \quad (2.7)$$

Произведение массы тела на его ускорение равно равнодействующей всех приложенных к нему сил.

Знаменитые физики



**Исаак НЬЮТОН (1643–1727),
английский учёный**

Достиг выдающихся результатов в механике, оптике, астрономии и математике.

Учёный объединил исследования своих предшественников с собственными трудами в области механики и изложил их в своём фундаментальном труде «Математические начала натуральной философии» (1687). В этой работе он впервые сформулировал три принципа (принцип инерции, основной закон динамики и принцип равенства действия и противодействия), составивших основу классической (ньютоновской) механики. В этой же работе он представил открытый закон всемирного тяготения.

Опираясь на закон всемирного тяготения и принципы механики, Ньютон математически обосновал эмпирические законы Кеплера о движении планет, объяснил закономерности движения Луны и природу приливов, а также разработал теорию формы Земли. Кроме того, он вывел выражение для силы сопротивления, действующей на тело при его движении в жидкостях и газах при определённых условиях и заложил основы дифференциального и интегрального исчисления.

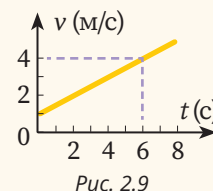
В 1666 году с помощью треугольной призмы Исаак Ньютон исследовал явление дисперсии света. В дальнейшем он описал такие оптические явления, как цвета тонких плёнок, открыл интерференционные кольца (кольца Ньютона). Ньютон сконструировал зеркальный телескоп с инновационной оптической системой (телескоп Ньютона), в котором одна из линз была заменена вогнутым сферическим зеркалом. Результаты его исследований в этой области были изложены в труде «Оптика» (1704).

Проанализируйте и примените!

- ▶ В результате взаимодействия двух тел ускорение первого тела в три раза больше ускорения второго тела. Что можно сказать о массах этих тел?
- ▶ Из соотношения для второго закона Ньютона можно выразить массу тела: $m = \frac{F}{a}$. Можно ли, исходя из полученного соотношения, утверждать, что масса тела прямо пропорциональна действующей на него силе? Обоснуйте ответ.
- ▶ При каких условиях тело движется равноускоренно? Аргументируйте ответ, опираясь на второй закон Ньютона.
- ▶ Проанализируйте, можно ли считать принцип инерции следствием второго закона Ньютона. Аргументируйте ответ.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Охарактеризуйте отношение ускорений двух тел, возникающих в результате взаимодействия.
- 2 Назовите свойство тела, которое характеризуется его массой.
- 3 Опишите метод определения массы тела, основанный на взаимодействии тел.
- 4 Объясните, что означает утверждение: масса является аддитивной величиной.
- 5 Назовите и определите единицу измерения силы в Международной системе единиц (СИ).
- 6 **БИО** Спортсмен, участвующий в соревнованиях мирового уровня по спринту, начинает движение со стартовых колодок с практически горизонтальным ускорением, равным $1,2 \text{ м/с}^2$.
 - а Какую горизонтальную силу должен приложить спортсмен массой 55 кг к стартовым колодкам во время старта, чтобы получить такое ускорение?
 - б Что именно создает внешнюю силу для разгона спортсмена – стартовые колодки или собственные мышцы спортсмена?
- 7 При взаимодействии тел A и B ускорение тела A в три раза превышает ускорение тела B . Ускорение, приобретаемое телом B при взаимодействии с телом C , вдвое меньше ускорения тела C . Определите массу тела C , если $m_A = 0,4 \text{ кг}$.
- 8 На тело действует сила величиной 42 Н . Какова масса тела, если эта сила сообщает ему ускорение 6 м/с^2 ?
- 9 Некоторая сила сообщает телу массой $1,5 \text{ кг}$ ускорение $0,3 \text{ м/с}^2$. Определите массу тела, которому эта же сила сообщает ускорение $0,4 \text{ м/с}^2$.
- 10 Сила 15 Н сообщает телу ускорение, равное $1,2 \text{ м/с}^2$. Какое ускорение сообщит этому телу сила, равная 60 Н ?
- 11 **ИНЖ** Масса небольшого реактивного самолёта составляет $50\,000 \text{ кг}$. Самолёт начинает движение из состояния покоя. На взлётно-посадочной полосе длиной 1000 м реактивные двигатели сообщают самолёту ускорение, в результате чего он достигает взлётной скорости 80 м/с и отрывается от земли. Чему равна сила тяги двигателей?
- 12 **ИНЖ** Ускорение автомобиля, в котором находится только водитель, равно $6,0 \text{ м/с}^2$. Масса автомобиля с водителем составляет 3000 кг . Каким станет ускорение автомобиля после того, как в него сядут четыре пассажира с багажом, увеличив общую массу на 500 кг ?
- 13 **ИНЖ** Ускорение грузовика $10,0 \text{ м/с}^2$. Каким станет ускорение грузовика при буксировке автомобиля, масса которого составляет половину массы грузовика?
- 14* Тело движется прямолинейно со скоростью 4 м/с . В некоторый момент времени на него начинает действовать сила $0,8 \text{ Н}$, направленная по вектору скорости. В результате скорость тела возрастает до 6 м/с , на пути 15 м . Определите массу тела.
- 15* Равнодействующая двух взаимно перпендикулярных сил равна 10 Н . Одна из сил равна 6 Н . Какое ускорение сообщает телу массой 4 кг вторая сила?
- 16* На рисунке 2.9 представлен график зависимости скорости от времени для тела массой $1,2 \text{ кг}$. Определите силу, действующую на это тело.



Закон действия и противодействия

Известно, что при взаимодействии тела действуют друг на друга с определёнными силами. Существует ли связь между этими силами и если да, то какая?

Согласно соотношению (2.2) между массами тел и ускорениями, которые они приобретают в результате взаимодействия:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1}, \text{ или } m_1 a_1 = m_2 a_2. \quad (2.8)$$

Из эксперимента, представленного на рисунке 2.5, видно, что векторы ускорения $\vec{a}_1$ и $\vec{a}_2$ имеют противоположные направления; следовательно, при переходе от скалярного соотношения (2.8) к векторному соотношению мы получаем:

$$m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2. \quad (2.9)$$

В соответствии с фундаментальным принципом динамики (2.6) произведение $m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_{12}$ представляет собой силу, с которой тело 2 действует на тело 1. Аналогично, $m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_{21}$ – это сила, с которой тело 1 действует на тело 2; следовательно, соотношение (2.9) принимает вид:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}. \quad (2.10)$$

Равенство (2.10) представляет математическое выражение третьего принципа динамики, также известного как **принцип равенства действия и противодействия**.

Два тела взаимодействуют силами, равными по величине, лежащими на одной прямой (линии действия) и направленными противоположно.

Для иллюстрации третьего принципа динамики рассмотрим следующий пример.

Тело в форме прямоугольного параллелепипеда помещено на упругую губку, лежащую на столе (рис. 2.10, а). На тело действует сила тяжести $\vec{G}$, обусловленная притяжением Земли, при этом тело остаётся в состоянии покоя. На тело также

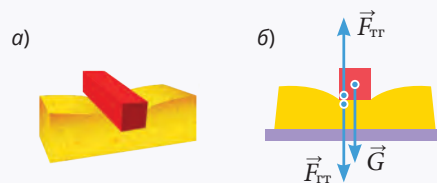


Рис. 2.10

действует направленная вертикально вверх сила $\vec{F}_{\text{тр}}$ со стороны части губки, так что $\vec{G} + \vec{F}_{\text{тр}} = 0$ (рис. 2.10, б). Видно, что губка деформирована; следовательно, на губку действует сила $\vec{F}_{\text{тр}}$ со стороны помещённого на неё тела. Силы $\vec{F}_{\text{тр}}$ и $\vec{F}_{\text{тр}}$ удовлетворяют соотношению (2.10), т. е. $\vec{F}_{\text{тр}} = -\vec{F}_{\text{тр}}$. Силу, действующую на губку, обычно называют «действием», а силу, с которой губка воздействует на тело, – «противодействием».

В отношении третьего закона Ньютона (принципа действия и противодействия) важно подчеркнуть несколько фундаментальных физических аспектов:

- 1 Силы взаимодействия между двумя телами всегда имеют одинаковую физическую природу: и сила действия, и сила противодействия возникают вследствие деформации взаимодействующих тел.
- 2 Силы взаимодействия приложены к разным телам и, следовательно, не могут уравновешивать друг друга.
- 3 Силы взаимодействия возникают одновременно. Сформулированные выше принципы динамики не являются независимыми; напротив, они образуют целостную систему взаимосвязанных принципов.

Справедливость законов Ньютона подтверждается тем, что полученные с помощью принципов динамики экспериментальные результаты в реальных механических системах соответствуют действительности.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Проанализируйте ситуацию, в которой одно тело оказывает действие на другое, но при этом второе тело не действует на первое.
- 2 Могут ли силы взаимодействия уравновешивать друг друга? Обоснуйте свой ответ.
- 3 Ученик держит в руках динамометр и растягивает пружину – тянет за крючки динамометра в противоположные стороны с силами по 25 Н каждая. Какое значение покажет динамометр?
- 4 Нить рвётся, если подвесить к ней тело, на которое действует сила тяжести не менее 15 Н. Порвётся ли нить, если одновременно подействовать на концы нити с силами по 10 Н? Обоснуйте ответ.

Всемирное тяготение

а Закон всемирного тяготения

Тела в состоянии свободного падения движутся с ускорением. Из второго закона Ньютона следует, что на свободно падающие тела действует сила со стороны другого тела. Что это за сила и какова её природа? Поскольку все тела вблизи Земли независимо от массы падают с одинаковым ускорением $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, можно предположить, что ускорение вызвано действием Земли и обусловлено силой притяжения, направленной к её центру. Сила, с которой тела притягиваются к Земле, называется **силой тяжести**. Согласно второму закону Ньютона, на тело массой m в состоянии свободного падения действует сила тяжести $\vec{G} = m\vec{g}$.

Согласно легенде, наблюдая за падающим яблоком, Исаак Ньютон задался вопросом: «Если яблоко, предоставленное самому себе, падает на Землю, то не должна ли Луна, которая тоже движется свободно, точно так же устремляться в направлении к Земле?» Ньютон пришёл к выводу, что на Луну должна действовать сила той же природы, что и сила тяжести, действующая на яблоко. Силу назвали силой тяготения или **гравитационной силой**. Именно сила тяготения Земли является причиной постоянного «падения» Луны на Землю, в результате чего траектория движения Луны искривляется от прямолинейной траектории движения до траектории, близкой к окружности. Действительно, если бы гравитационная сила отсутствовала, Луна, двигаясь по прямой со скоростью v , за короткий промежуток времени достигла бы точки А (рис. 2.11). Однако под действием силы тяготения Луна «падает» в точку В, преодолевая расстояние падения АВ.

Для определения закономерности, описывающей гравитационную силу, Исаак Ньютон проанализировал действие Земли на тела (у поверхности Земли) и на Луну.

На основе результатов анализа Ньютон выдвинул гипотезу о том, что все тела во Вселенной притягиваются друг к другу с гравитационной силой, которая сообщает им ускорение, обратно пропорциональное квадрату расстояния r между ними:

$$a \sim \frac{1}{r^2}. \quad (2.11)$$

Согласно второму закону Ньютона, $F \sim a$, и с учётом соотношения (2.11) следует, что $F \sim 1/r^2$. Сила тяготения пропорциональна произведению масс взаимодействующих тел.

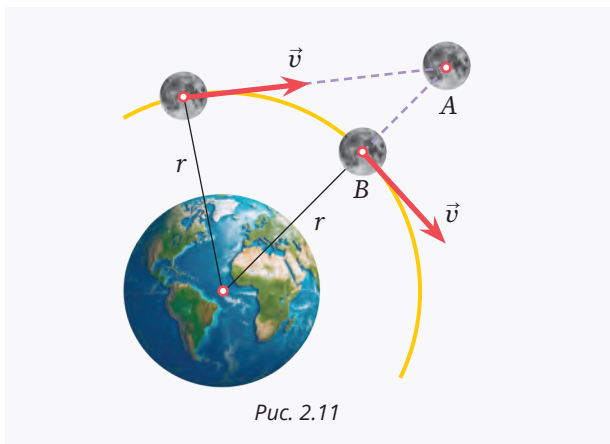


Рис. 2.11

Таким образом, в 1687 году Исаак Ньютон сформулировал **закон всемирного тяготения**:

Сила гравитационного взаимодействия двух точечных тел во Вселенной прямо пропорциональна произведению их масс, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль прямой, соединяющей центры тел.

$$F = K \frac{m_1 m_2}{r^2}. \quad (2.12)$$

В результате гравитационного взаимодействия тел всегда образуются пары сил, действующих по принципу «действие – противодействие». Тело массой m_1 действует на тело массой m_2 с силой $\vec{F}_{21}$, направленной от тела 2 к телу 1 (рис. 2.12). В то же время тело массой m_2 действует на тело массой m_1 с силой $\vec{F}_{12}$, противоположной по направлению силе $\vec{F}_{21}$, но равной ей по величине.

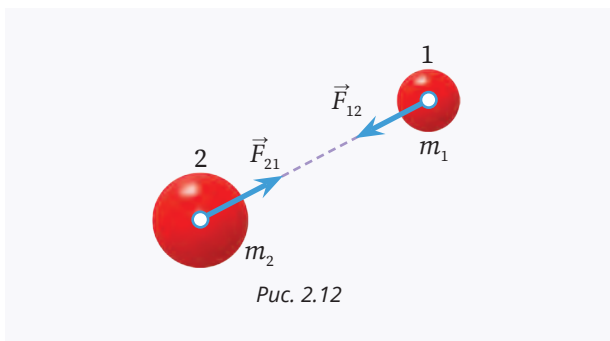


Рис. 2.12

Закон всемирного тяготения был сформулирован для точечных тел – тел, размеры которых пренебрежимо малы по сравнению с расстоянием между ними. Однако можно показать, что закон всемирного тяготения применим и к однородным телам сферической формы, находящихся на расстоянии r между центрами тел.

Постоянная K в формуле (2.12) имеет одно и то же значение для любых тел, взаимодействующих в результате тяготения, и называется **универсальной гравитационной постоянной**. Она численно равна силе взаимодействия (выраженной в ньютонах) между двумя точечными телами массой 1 кг каждый, находящимися на расстоянии 1 метра друг от друга. В СИ единица измерения гравитационной постоянной:

$$[K] = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} = \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}.$$

Полезно знать

Численное значение универсальной гравитационной постоянной было впервые экспериментально определено в 1798 году английским физиком и химиком *Генри Кавендишем* (1731–1810).

$$K = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Это означает, что два тела массой по 1 кг каждое, находящиеся на расстоянии 1 м друг от друга, притягиваются с силой $6,67 \cdot 10^{-11}$ Н. Результат, полученный Кавендишем, был подтверждён множеством других экспериментов. Установлено, что значение гравитационной постоянной не зависит ни от природы тел, ни от свойств среды, в которой тела находятся, и является величиной постоянной.

6 Гравитационное поле. Напряжённость гравитационного поля

Известно, что сила характеризует действие, оказываемое одним телом на другое либо при непосредственном контакте, либо посредством материальных соединений (стержни, тросы и т. д.). Например, футболист действует на мяч с определённой силой только в момент удара, тогда как подъёмный кран поднимает грузы с помощью троса. Качественно иной является ситуация с гравитационными силами, которые действуют между телами, находящимися на некотором расстоянии друг от друга. Как передаётся действие в этом случае? Первоначально была предложена концепция, согласно которой взаимодействие между телами

происходит мгновенно, а пространство между ними не является материальной средой и никак не влияет на этот процесс. Хотя подобное представление подразумевает существование движения без материи, что абсурдно, оно господствовало в физике более века и лежит в основе так называемой теории дальнего действия.

Идея о материальной среде, обеспечивающей взаимодействие тел на расстоянии, принадлежит Майклу Фарадею (1791–1867). В 30-е годы XIX века, исследуя взаимодействие электрических зарядов, Фарадей ввёл понятие поля, которое впоследствии стало применяться и при изучении гравитационного взаимодействия. Согласно этому представлению, тело не воздействует непосредственно на другое тело, а наделяет окружающее пространство особыми свойствами, превращая его в материальную среду, выступающую в роли посредника при таком взаимодействии.

Таким образом, материя может существовать в двух различных формах: вещество и поле. В отличие от вещества, поле нельзя непосредственно воспринять органами чувств; о его существовании можно судить лишь по воздействию, которое оно оказывает на другие тела. Следовательно, **гравитационное поле – это форма существования материи**, посредством которой осуществляется взаимодействие между телами в соответствии с законом всемирного тяготения.

Для количественного описания гравитационного поля вводится понятие **напряжённости гравитационного поля**.

Векторная физическая величина, равная отношению силы тяготения, действующей на тело, к его массе, называется напряжённостью гравитационного поля:

$$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m}. \quad (2.13)$$

В единицах СИ напряжённость гравитационного поля выражается в Н/кг.

Для определения напряжённости гравитационного поля $\vec{G}$ в произвольной точке пространства измеряют силу $\vec{F}$, действующую на точечное тело массой m , называемое **пробным телом**. В случае когда тело, создающее гравитационное поле, является точечным и имеет массу M , уравнения (2.12) и (2.13) приводят к следующему выражению для величины напряжённости гравитационного поля:

$$G = K \frac{M}{r^2}, \quad (2.14)$$

Из (2.14) следует, что напряжённость поля не зависит от массы пробного тела, а определяется лишь массой M тела, создающего поле, и квадратом расстояния r до него.

Сила тяготения всегда направлена к центру тела, создающего гравитационное поле, поэтому гравитационное поле называют **центральным** или **радиальным**.

Рассмотрим гравитационное поле Земли, взяв пробное тело массой m , находящееся на её поверхности. Приравняв силу тяжести $G = mg$, действующую на пробное тело, к силе тяготения F из закона всемирного тяготения (2.12), получаем соотношение:

$$g = K \frac{M_3}{R^2}, \quad (2.15)$$

где M_3 и R – масса и радиус Земли соответственно.

Сравнивая (2.14) с (2.15), устанавливаем, что **в условиях Земли ускорение свободного падения совпадает с напряжённостью гравитационного поля** и не зависит от массы тела, находящегося в этом поле. Именно поэтому в опытах Галилея все тела, независимо от массы, падали с одинаковым ускорением g .

Если пробное тело находится на высоте h над поверхностью Земли, то расстояние от центра Земли равно $(R + h)$, и вместо формулы (2.15) выражение для ускорения свободного падения на высоте h принимает вид

$$g_h = K \frac{M_3}{(R + h)^2}. \quad (2.16)$$

Из (2.16) следует, что как сила тяжести $G_h = m g_h$, так и ускорение свободного падения g_h уменьшаются по мере удаления тела от поверхности Земли.

Разделив выражение (2.16) на (2.15), получаем

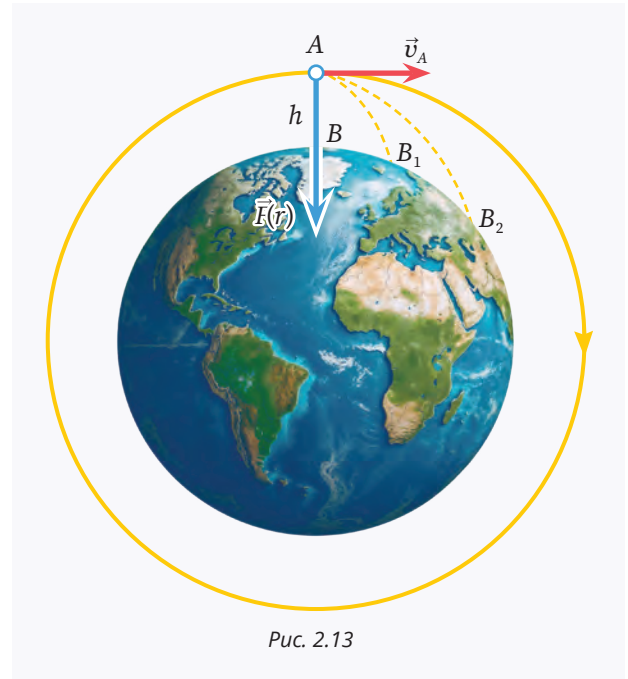
$$\frac{g_h}{g} = \frac{R^2}{(R + h)^2} \quad \text{или} \quad g_h = g \frac{R^2}{(R + h)^2}. \quad (2.17)$$

Учитывая, что радиус Земли составляет $R = 6371$ км, что даже на высотах в сотни километров ускорение свободного падения не претерпевает существенных изменений. Поэтому для высот, значительно меньших радиуса Земли, $g_h \approx g = \text{const}$.

В * Движение небесных тел. Искусственные спутники Земли

Рассмотрим движение тела массой m в гравитационном поле Земли. Если отпустить тело в точке A , находящейся на высоте h над поверхностью Земли (рис. 2.13), оно будет двигаться вдоль радиуса Земли и упадёт в точку B на её поверхности. Предположим, что в точке A тело имеет скорость

v_A , направленную перпендикулярно вертикали. В этом случае тело движется по параболической траектории и падает в точке B_1 . Если скорость v_A увеличить, то тело падает в точках, всё более удалённых от точки B , пока при скорости $v_A = v_h$ оно перестанет достигать Земли, и движется по круговой траектории радиуса $r = R + h$. Таким образом, движение тела становится подобным движению Луны (естественного спутника Земли), такое тело называют **искусственным спутником**.



Для вывода на орбиту искусственных спутников используются **ракеты-носители**, задача которых – доставить спутник на требуемую высоту над Землёй и сообщить спутнику необходимую горизонтальную скорость. Отделившись от ракеты, спутник продолжает движение по околоземной орбите, становясь **искусственным небесным телом**.

По своему назначению спутники делятся на две основные группы:

а Спутники, предназначенные для научных исследований.

Они используются для изучения космического пространства и небесных тел в целом, а также Земли и её атмосферы в частности.

б Спутники для практического применения.

Широко используются в сферах связи, изучения природных ресурсов Земли, метеорологии, обеспечения безопасности, навигации и других областях.

СООБЩЕНИЕ

Искусственные спутники Земли: виды, характеристики и области применения

Работая в парах, **изучите** материалы об искусственных спутниках Земли, используя различные источники, и **раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Классифицируйте** искусственные спутники Земли на основе различных критериев и определяющих характеристик.
- 2 **Изучите и определите** области применения искусственных спутников в современном мире.
- 3 **Проанализируйте**, как искусственные спутники способствуют обеспечению равного доступа различных категорий населения к услугам связи, образованию, навигации, мониторингу катастроф и другим сервисам.
- 4 **Проанализируйте и определите** положительные и отрицательные последствия использования искусственных спутников.
- 5 **Сделайте** выводы о значении искусственных спутников для развития науки, отметив, как преимущества, так и необходимость их ответственного использования, а также **проведите** взаимное оценивание проделанной работы.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Радиус планеты Нептун в $k = 3,6$ раза больше радиуса Земли, а её плотность в $n = 2,4$ раза меньше плотности Земли. Определите ускорение свободного падения на поверхности Нептуна.

Решение

Дано:

$$k = R_{\text{Н}}/R_{\text{З}} = 3,6;$$

$$n = \rho_{\text{З}}/\rho_{\text{Н}} = 2,4;$$

$$g_{\text{З}} = 9,81 \text{ м/с}^2$$

$$g_{\text{Н}} - ?$$

Согласно соотношению (2.15), ускорение свободного падения на поверхности Земли равно $g_{\text{З}} = K \frac{M_{\text{З}}}{R_{\text{З}}^2}$. Если считать Землю шаром с объёмом $V = \frac{4}{3} \pi R_{\text{З}}^3$ и выразить массу как $M_{\text{З}} = \rho_{\text{З}} V = \frac{4}{3} \pi R_{\text{З}}^3 \rho_{\text{З}}$, то получим $g_{\text{З}} = \frac{K}{R_{\text{З}}^2} \cdot \frac{4}{3} \pi R_{\text{З}}^3 \rho_{\text{З}} = \frac{4}{3} \pi K R_{\text{З}} \rho_{\text{З}}$. Аналогичным образом для ускорения свободного падения на поверхности планеты Нептун получаем: $g_{\text{Н}} = \frac{4}{3} \pi K R_{\text{Н}} \rho_{\text{Н}}$. Возьмём отношение ускорений: $\frac{g_{\text{Н}}}{g_{\text{З}}} = \frac{R_{\text{Н}} \rho_{\text{Н}}}{R_{\text{З}} \rho_{\text{З}}} = \frac{k}{n}$, откуда следует: $g_{\text{Н}} = \frac{k}{n} g_{\text{З}} = \frac{3,6}{2,4} \cdot 9,81 \approx 14,7 \text{ м/с}^2$.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Сформулируйте закон всемирного тяготения и объясните, как направлена гравитационная сила.
- 2 В чём заключается физический смысл гравитационной постоянной и в каких единицах она выражается?
- 3 Опишите метод Кавендиша определения гравитационной постоянной.
- 4 Опишите проявления гравитационного поля.
- 5 Дайте определение понятию напряжённости гравитационного поля.
- 6 Объясните, почему гравитационное ускорение вблизи Земли одинаково для любого тела.
- 7 Представьте выражение для гравитационного ускорения тела на определённой высоте над Землёй. Объясните, как оно зависит от этой высоты.
- 8* Перечислите условия, необходимые для запуска тела на орбиту искусственного спутника.
- 9* Классифицируйте искусственные спутники по назначению.
- 10 Рассчитайте массу Земли, если известен её радиус $R = 6370 \text{ км}$ и гравитационное ускорение $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.
- 11 Определите массу Солнца, если известна орбитальная скорость Земли $v = 30 \text{ км/с}$ и радиус орбиты Земли $r = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м}$.
- 12 Период обращения Луны вокруг Земли составляет $T = 27$ дней. Определите радиус орбиты Луны. Радиус Земли $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}$ и ускорение свободного падения $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.
- 13 Сферический астероид с плотностью $\rho = 3,3 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ имеет радиус $R = 30 \text{ км}$. Определите ускорение свободного падения на поверхности астероида.

Сила упругости. Движение тел под действием силы упругости

Под прямым действием внешних сил тела подвергаются деформации, выражающейся в изменении их геометрических размеров и формы. После прекращения действия внешней силы деформация исчезает полностью или частично. Это указывает на существование силы, которая, в соответствии с принципом действия и противодействия (третий закон Ньютона), равна по величине внешней силе и противодействует возникшей деформации. Такая сила называется **силой упругости**; она представляет собой макроскопическое проявление межмолекулярного взаимодействия, обусловленного внутренним строением тела.

Сила упругости имеет электромагнитную природу; возникает при деформации тел и всегда действует в направлении, противоположном смещению частей тела.

Экспериментальные наблюдения показывают, что:

при малых деформациях сила упругости прямо пропорциональна величине деформации (удлинению или сжатию).

Английский физик Роберт Гук (1635–1703) установил данную зависимость, которая известна как **закон Гука**.

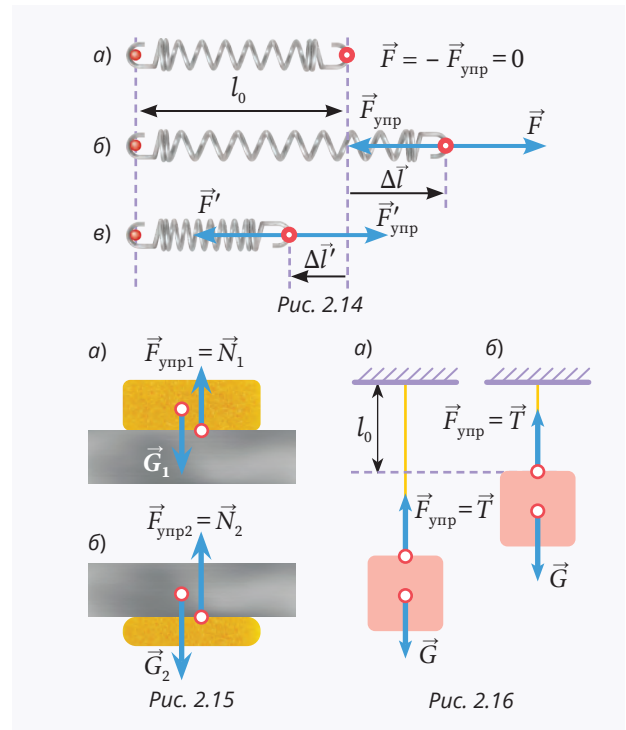
$$F_{\text{упр}} = k\Delta l, \quad (2.18)$$

или в векторной форме

$$\vec{F}_{\text{упр}} = -k\Delta \vec{l}, \quad (2.18, a)$$

где знак « $-$ » указывает на то, что сила упругости всегда направлена противоположно деформации. Коэффициент пропорциональности k , называемый **коэффициентом упругости (жёсткостью)**, зависит от упругих свойств тела и его геометрических размеров. Единицей измерения жёсткости пружины в СИ является Н/м.

На рисунке 2.14 показаны сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ и деформирующая сила $\vec{F}$, действующая на пружину, пренебрежимо малой массы. В данном случае возникает деформация видна, однако существует множество ситуаций, когда деформация неразличима невооружённым глазом. Например, губка, лежащая на стальной пластине, не претерпевает видимой деформации под действием собственного веса (рис. 2.15, а); однако, если положить пластину поверх губки, вес пластины вызывает значительную деформацию губки (рис. 2.15, б).



Груз, подвешенный к концу резинового шнура длиной l_0 (рис. 2.16, а), вызывает заметную деформацию, тогда как деформация стальной проволоки той же длины практически незаметна (рис. 2.16, б).

Сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$, действующая на тело со стороны опоры или подвеса, называется соответственно силой нормальной реакции опоры (обозначается $\vec{N}$) либо силой натяжения (обозначается $\vec{T}$). Сила упругости всегда действует в точке соприкосновения взаимодействующих тел и направлена перпендикулярно поверхности либо вдоль линии действия нитей, стержней или пружин.

Тела, изображённые на рисунках 2.15 и 2.16, покоятся, ускорение тел $\vec{a} = 0$, следовательно, сумма сил, действующих на каждое из них, равна нулю. Отсюда следует, что $\vec{N} = -\vec{G}$ и $\vec{T} = -\vec{G}$.

Сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ (рис. 2.15 и 2.17, а) – это сила, с которой опора действует на находящееся на ней тело. В свою очередь, согласно принципу равенства действия и противодействия, тело действует на опору с силой упругости $\vec{P} = -\vec{N}$. Учитывая соотношение $\vec{N} = -\vec{G}$, получаем $\vec{P} = \vec{G}$, то есть сила $\vec{P}$, с которой тело действует на опору, имеет ту же величину, линию действия и направление, что и сила тяжести $\vec{G}$. Однако силы $\vec{P}$ и $\vec{G}$ имеют разную природу: сила $\vec{G}$ – гравитационную, тогда как $\vec{P}$ – электромагнитную (так как является силой упругости). Кроме того, сила тяжести $\vec{G}$, являющаяся равнодействующей гравитационных сил,

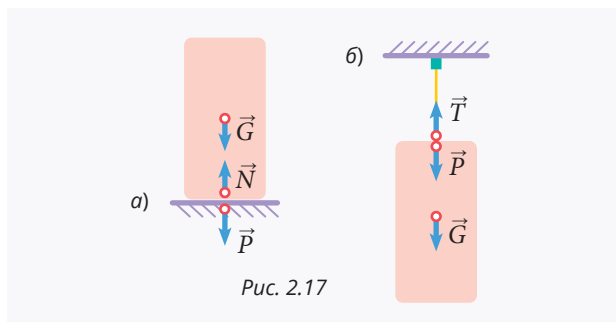


Рис. 2.17

с которыми Земля действует на различные точки тела, представляет собой силу, приложенную к определённой точке тела. Сила $\vec{P}$ – это сила, действующая со стороны тела на опору и распределённая по поверхности соприкосновения опоры с телом.

Аналогичные рассуждения приводят к выводу, что в случае тела, подвешенного на нити (рис. 2.17, б), существует сила $\vec{P} = \vec{G}$ электромагнитной природы, действующая на нить подвеса.

Сила упругости $\vec{P}$ – электромагнитная по природе, с которой тело действует на опору или вертикальную нить подвеса, называется *весом*.

В случае когда опора или точка подвеса нити движутся с постоянным ускорением $\vec{a}$, силы $\vec{P}$ и $\vec{G}$ будут иметь различные значения в зависимости от характера движения опоры или точки подвеса нити.

Рассмотрим следующую ситуацию. Человек массой m находится в лифте, способном перемещаться по вертикали вверх или вниз с постоянным ускорением $\vec{a}$. Поверхность пола в лифте служит опорой, на которую человек действует с силой $\vec{P}$, равной по величине силе нормальной реакции опоры $\vec{N}$. Согласно второму закону Ньютона: $m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}$. Если $\vec{a} = 0$ (лифт неподвижен), то применение основного принципа динамики приводит к уже полученному выражению для веса: $P = -N = mg$. Однако, если лифт движется с ускорением вертикально вверх или вниз, то вес определяется формулой:

$$P = m(g \pm a), \quad (2.19)$$

где знак «плюс» соответствует движению лифта с ускорением вертикально вверх, а знак «минус» – движению с ускорением вертикально вниз.

Заметим, что при движении лифта вертикально вниз с ускорением $a = g$ (при свободном падении), реакции опоры нет и вес $P = 0$. В таких ситуациях говорят, что тело находится в состоянии **невесомости**. И наоборот, если лифт движется вертикально вверх, сила, с которой человек действует на опору, увеличивается, например, при $a = g$ – возрастает вдвое. В таких случаях говорят, что тело испытывает **перегрузку**.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение силы упругости и поясните природу упругих деформаций.
- 2 Сформулируйте закон Гука. Что характеризует коэффициент упругости (жёсткость) и в каких единицах измеряется?
- 3 Опишите механизм проявления и действия силы нормальной реакции опоры и силы натяжения.
- 4 При подвешивании тела массой $1,5 \text{ кг}$ к концу вертикальной пружины она растягивается на 3 см . Чему равна жёсткость пружины? Определите массу тела, которое нужно подвесить к той же пружине, чтобы растянуть её на 8 см от начальной длины. Примите ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 .
- 5 Две пружины одинаковой длины соединены последовательно (друг за другом), и на их свободные концы действуют две силы, равные по модулю, но противоположные по направлению. Чему равна жёсткость первой пружины, растянувшейся на 2 мм , если известно, что вторая пружина растянулась на 2 см , а её жёсткость составляет 100 Н/м ?
- 6 Две пружины с коэффициентами упругости $k_1 = 200 \text{ Н/м}$ и $k_2 = 300 \text{ Н/м}$ соединены: а) последовательно; б) параллельно. Определите коэффициент упругости (жёсткость) системы пружин.

- 7 **БИО** На рисунке 2.18 представлен график зависимости силы G , действующей на сухожилие (волоконистую ткань, соединяющую мышцы с костями), от его длины. Можно ли объяснить эту зависимость законом Гука? Определите коэффициент упругости (жёсткость) сухожилия. Какую силу необходимо приложить к сухожилию, чтобы растянуть его на 6 см ?

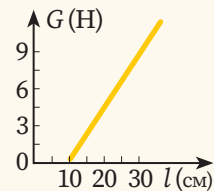


Рис. 2.18

- 8 **ИНЖ** Максимальная сила натяжения, которую может выдержать трос, составляет 2 кН . При каком значении ускорения трос порвётся, если его использовать для вертикального подъёма тела массой 160 кг ? Примите ускорение свободного падения равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.
- 9 **ИНЖ** Шарик массой $m = 150 \text{ г}$ может скользить без трения по горизонтальному стержню, вращающемуся вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов. Шарик соединён с осью вращения пружиной, длина которой в недеформированном состоянии составляет 25 см , а жёсткость – 10 Н/м . С какой линейной скоростью движется шарик, если удлинение пружины составляет 5 см ?

Лабораторная работа

№ 3*

Определение массы тела с помощью пружины и другого тела известной массы

Цель работы

Изучение силы упругости и определение массы тела с помощью пружины.

Оборудование

Миллиметровая линейка, штатив с двумя зажимами, пружина, тело неизвестной массы и тело известной массы.

Краткая теория

В экспериментальной установке (рис. 2.19) используется пружина с относительно низкой жёсткостью (сравнимой с жёсткостью пружины школьного динамометра). Тело, подвешенное к нижнему концу пружины, создаёт деформирующую силу, равную весу тела $P = mg$. Сначала мы подвешиваем тело известной массы m_0 , в результате чего пружина растягивается на величину $\Delta l_0 = x_0$. Поскольку в состоянии равновесия сила упругости, действующая со стороны пружины, по модулю равна весу тела и противоположна ему по направлению ($F_{\text{упр}} = P$), из уравнения (2.18) следует $m_0 g = k x_0$; таким образом, выражение для коэффициента жёсткости используемой пружины имеет вид

$$k = \frac{m_0 g}{x_0}.$$

Однако, если подвесить к концу той же пружины тело неизвестной массы m_x , пружина растянется на величину x . Исходя из условия равновесия для тела неизвестной массы $m_x g = kx$ и ранее полученного соотношения, получаем

$$m_x = \frac{x}{x_0} m_0. \quad (2.20)$$



Рис. 2.19

Ход работы:

- Соберите экспериментальную установку, показанную на рисунке 2.19, так, чтобы стрелка-указатель пружины (в недеформированном состоянии) совпадала с отметкой «0» на миллиметровой шкале.
- Подвесьте тело известной массы m_0 к свободному концу пружины и зафиксируйте удлинение x_0 по миллиметровой шкале.
- Подвесьте тело неизвестной массы m_x к свободному концу пружины и зафиксируйте удлинение x по миллиметровой шкале.
- Повторите измерения, описанные в пунктах 2 и 3, два-три раза, записывая полученные экспериментальные данные в тетрадь (используя прилагаемую таблицу) после каждого измерения.
- Рассчитайте средние значения удлинений пружины x_0 и x , а также их абсолютные погрешности, и занесите их в прилагаемую таблицу.
- Рассчитайте среднее значение искомой массы тела $\bar{m}_x$.
- Оцените абсолютную и относительную погрешности измерения массы тела, используя следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{m}_x}{\bar{m}_x} = \frac{\Delta \bar{x}}{\bar{x}} + \frac{\Delta \bar{x}_0}{\bar{x}_0}, \quad \Delta \bar{m}_x = \varepsilon \cdot \bar{m}_x.$$
- Представьте окончательный результат в виде:

$$m_x = (\bar{m}_x \pm \Delta \bar{m}_x) 10^{-3} \text{ кг}; \quad \varepsilon = \dots \%$$
- Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

№	m_0 (10^{-3} кг)	x_0 (10^{-3} м)	Δx_0 (10^{-3} м)	x (10^{-3} м)	Δx (10^{-3} м)	m_x (10^{-3} кг)
1.						
2.						
3.						
Среднее значение						

Лабораторная работа

№ 3

Определение жёсткости упругого тела

Цель работы

Проверка закона Гука и определение коэффициента упругости/жёсткости пружины.

Оборудование

Миллиметровая линейка, штатив с двумя зажимами, пружина и набор маркированных грузов.

Краткая теория

Экспериментальная установка аналогична установке, представленной в лабораторной работе № 3* (рис. 2.19). Тело, подвешенное к нижнему концу пружины, действует на неё деформирующей силой, равной весу тела $P = mg$, растягивая пружину на величину $\Delta l = x$. В состоянии равновесия сила

упругости равна по модулю и противоположна по направлению весу P , следовательно, $F_{\text{упр.}} = P$, и из (2.18) следует, что $mg = kx$, тогда для коэффициента жёсткости используемой пружины получаем:

$$k = \frac{mg}{x_0}. \quad (2.21)$$

Ход работы:

- 1 Соберите экспериментальную установку, показанную на рисунке 2.19, так, чтобы стрелка-указатель пружины в недеформированном состоянии совпала с отметкой «0» на миллиметровой шкале.
- 2 Подвесьте груз известной массы к свободному концу пружины и зафиксируйте по миллиметровой шкале величину удлинения пружины x .
- 3 Повторите эксперимент 5–6 раз, каждый раз добавляя грузы известной массы. Запишите полученные экспериментальные данные в рабочую тетрадь, используя прилагаемую таблицу.
- 4 Постройте график зависимости силы $F_{\text{упр.}} = mg$ от удлинения пружины x и определите коэффициент упругости пружины, вычислив наклон полу-

ченной прямой. Сравните полученный результат со средним значением коэффициента упругости.

- 5 Рассчитайте абсолютную и относительную погрешности измерения жёсткости пружины.

№	m (10^{-3} кг)	x (10^{-3} м)	k (Н/м)	Δk (Н/м)
1.	50			
2.	100			
•				
•				
Среднее значение				

- 6 Представьте окончательный результат в виде:
 $k = (\bar{k} \pm \Delta k) \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad \varepsilon = \dots\%$
- 7 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Применим ли закон Гука при больших деформациях? Объясните свой ответ.
- ▶ Объясните характер зависимости силы упругости от удлинения пружины.

СООБЩЕНИЕ

Применение упругих свойств тел в различных устройствах и механизмах

Работая в паре, **изучите** информацию из различных источников о применении упругих свойств тел в разнообразных устройствах и механизмах. **Раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Классифицируйте** пружины по способу приложения силы и по форме.
- 2 **Объясните** механизм применения упругости для: накопления и отдачи энергии (в пружинах и амортизаторах транспортных средств, механических часах, игрушках и т. д.); измерения сил (динамометры); гашения вибраций в различных промышленном оборудовании и в других целях.
- 3 **Проанализируйте** примеры устройств и оборудования, использующих упругие свойства для обеспечения мобильности, безопасности или повседневной жизнедеятельности людей с особыми потребностями (протезы и ортезы; инвалидные коляски; системы защиты и безопасности и др.).
- 4 **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую информацию об исследовании и итоговые заключения.
- 5 **Представьте** коллегам готовые проекты и оцените друг друга.

Силы трения и сопротивление движению. Движение при наличии силы трения

а Силы трения. Коэффициент трения

В реальности движение тел всегда сопровождается сопротивлением со стороны окружающей среды или других тел, с которыми тела соприкасаются. Следовательно, скорость движущегося тела уменьшается, и, замедляясь, тело останавливается. Поскольку замедленное движение характеризуется ускорением, направленным противоположно вектору скорости, следовательно, существует сила, которая действует вдоль направления движения, и направлена противоположно направлению движения.

Сила $\vec{F}_{\text{тр}}$, равная по модулю и противоположная по направлению силе $\vec{F}$, прикладываемой к телу для того, чтобы его сдвинуть с места или для равномерного перемещения по поверхности другого тела, называется силой трения.

Сила трения возникает при непосредственном контакте между телами, из-за сил межмолекулярного взаимодействия, т. е. имеет электромагнитную природу. Она действует в плоскости скольжения и ориентирована противоположно направлению скорости.

Выполним приближённое описание сил трения на основе экспериментальных наблюдений.

Эксперимент

Рассмотрим тело, расположенное на горизонтальной поверхности, на которое действует некоторая сила $\vec{F}$, параллельная плоскости соприкосновения тел. Прикладываемая сила – со стороны нити, перекинутой через блок к её свободному концу подвешена – чашка весов, на которую постепенно кладут небольшие маркированные грузы (рис. 2.20, а). Наблюдения показывают, что вначале тело остаётся неподвижным. Отсюда следует, что сила тяги $\vec{F}$ уравнивается

силой трения, возникающей на поверхности соприкосновения. По мере добавления маркированных грузов сила тяги постепенно увеличивается, и пока тело находится в состоянии покоя, увеличивается и сила трения, так что $|\vec{F}_{\text{тр}}| = |\vec{F}|$. Это равенство сохраняется до момента, пока тело не сдвинется с места и не начнёт скользить по поверхности.

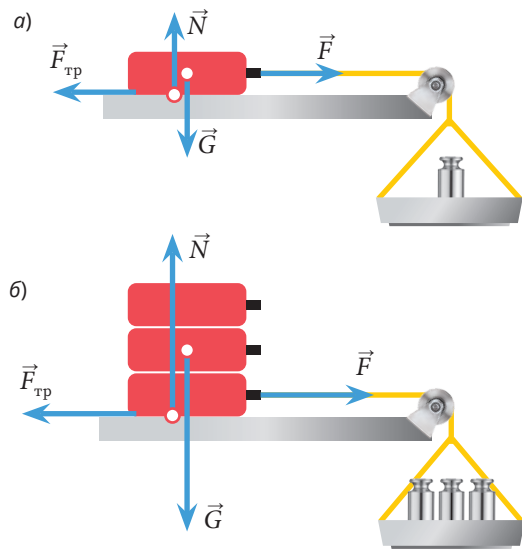


Рис. 2.20

Сила трения, действующая между покоящимися твёрдыми телами, называется **силой трения покоя** $F_{\text{тр.п}}$. Она достигает своего максимального значения в момент начала скольжения.

Сила трения покоя $F_{\text{тр.п}}$ равна по модулю и противоположна по направлению силе, приложенной к телу параллельно плоскости соприкосновения с другим телом, и может принимать значения вплоть до максимальной величины $F_{\text{тр.п}}^{\text{max}}$.

Данные экспериментов показывают, что если вес тела, а следовательно, и сила нормальной реакции увеличивается в 2, 3 и более раз, то сила, необходимая для начала скольжения, т. е. $F_{\text{тр.п}}^{\text{max}}$, также возрастает во столько же раз (рис. 2.20, б).

Максимальное значение силы трения покоя прямо пропорционально силе нормальной реакции опоры N .

$$F_{\text{тр.п}}^{\text{max}} = \mu_{\text{п}} N, \quad (2.22)$$

где μ_n – коэффициент пропорциональности, называемый **коэффициентом трения покоя**, зависит от природы тел и качества шлифовки соприкасающихся поверхностей.

Если величина силы тяги $\vec{F}$ превышает максимальную силу трения покоя $F_{\text{тр.п}}^{\text{max}}$, то тело начинает скользить с определённым ускорением.

Сила трения в этом случае называется **силой трения скольжения** $\vec{F}_{\text{тр.ск}}$. Сила трения скольжения действует в плоскости скольжения и направлена противоположно вектору скорости соприкасающихся тел.

Для измерения величины силы трения скольжения необходимо обеспечить равномерное движение тел.

В данном случае равнодействующая сил, действующих в плоскости скольжения, равна нулю, а сила трения скольжения равна силе тяги. Величина силы трения скольжения всегда меньше максимальной силы трения покоя, однако эта разница невелика, и обычно принимают, что $F_{\text{тр.ск}} \approx F_{\text{тр.п}}^{\text{max}}$. Как и в случае с трением покоя, эксперименты показывают, что сила трения скольжения пропорциональна силе нормальной реакции поверхности соприкосновения:

$$F_{\text{тр.ск}} = \mu_{\text{ск}} N, \quad (2.23)$$

где $\mu_{\text{ск}}$ – **коэффициент трения скольжения**. Его численное значение несколько меньше коэффициента трения покоя, но на практике принимают, что $\mu_n \approx \mu_{\text{ск}} = \mu$.

Эксперименты показывают, что сила трения не зависит от площади поверхности соприкосновения. Если сложить вместе три прямоугольных бруска (рис. 2.20, б) или положить их на разные грани, площадь контакта в каждом случае будет меняться, однако сила трения останется неизменной.

Из выражений (2.22) и (2.23) следует, что $\mu = F_{\text{тр.п}}^{\text{max}} / N = F_{\text{тр.ск}} / N$, где коэффициент трения μ – безразмерная величина, значение которой в большинстве случаев меньше единицы. Коэффициент трения характеризует не только тело, на которое действует сила трения, но и оба соприкасающихся тела.

Коэффициент трения зависит как от материала, из которого изготовлены тела, так и от качества обработки соприкасающихся поверхностей.

Обобщая представленные выше экспериментальные результаты, выражение для силы трения можно записать в виде:

$$F_{\text{тр}} = \mu N. \quad (2.24)$$

Численное значение коэффициента трения определяется экспериментально в каждом конкретном случае с учётом внешних факторов, влияющих на явление трения. Например, коэффициент трения между двумя стальными поверхностями составляет 0,2, тогда как между сталью и льдом он равен 0,02. Однако при введении смазки между соприкасающимися стальными поверхностями коэффициент трения существенно снижается, становясь примерно равным коэффициенту трения между сталью и льдом.

Для определения коэффициента трения различных материалов в лабораторных условиях используется специальное устройство – **трибометр** (рис. 2.21). Он представляет собой доску, на одном из концов которой установлен лёгкий блок с пренебрежимо малым трением. Доску можно располагать как горизонтально, так и под углом к горизонту, что позволяет исследовать трение на наклонной плоскости. В комплект устройства также входят несколько одинаковых прямоугольных брусков; на их боковые грани можно крепить пластины из различных материалов. Брусек с закреплёнными на нём пластинами из исследуемого материала помещают на горизонтальную доску трибометра и соединяют (с помощью нити, перекинутой через блок) с чашей, на которую постепенно добавляют маркированные грузы до тех пор, пока не начнётся скольжение бруска. При равномерном скольжении бруска вес груза численно равен силе трения скольжения.

Если тело скользит без ускорения, то есть равномерно по наклонной плоскости, то коэффициент трения характеризуется углом наклона плоскости, который называют углом трения. Действительно, в случае равномерного скольжения тела по на-



Рис. 2.21

клонной плоскости, согласно основному закону динамики, получаем

$$\vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} + \vec{G} = 0.$$

Отметим, что для удобства последующих операций с векторами сил мы будем изображать их исходящими из одной точки – центра тела, на который действуют эти силы.

Проецируя силы на координатные оси Ox и Oy (рис. 2.22), получаем из приведённого выше соотношения:

$$F_{\text{тр}} - G \sin \varphi_{\text{тр}} = 0,$$

$$N - G \cos \varphi_{\text{тр}} = 0$$

и при подстановке в (2.24) приходим к равенству:

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi_{\text{тр}}. \quad (2.25)$$

Если угол наклона плоскости φ больше угла трения $\varphi_{\text{тр}}$, то $\mu < \operatorname{tg} \varphi_{\text{тр}}$, и тело скользит с ускорением, и наоборот, если $\varphi < \varphi_{\text{тр}}$, тело остаётся в покое, и сила трения $F_{\text{тр}} < F_{\text{тр.п}}^{\max}$.

В случае движения цилиндрических или сферических тел возникает **сила трения качения**. Сила трения качения значительно меньше силы трения скольжения.

Поэтому в механизмах, где сила трения скольжения приводит к износу, нагреву или даже плавлению движущихся частей, силу трения скольжения уменьшают, используя трение качения. Для этого служат шариковые или роликовые подшипники, конструкция которых представлена на рисунке 2.23. Использование смазочных материалов снижает трение до очень малых значений.

Несмотря на то что трение оказывает тормозящее действие, во многих случаях оно служит движущей силой. Действительно, трение позволяет автомобилям двигаться, а людям ходить по Земле. Между ведущими колёсами автомобиля и Землёй действуют силы трения покоя (рис. 2.24, а): сила $F_{\text{тр1}}$, которая действует со стороны поверхности Земли на колёса и придаёт автомобилю ускорение, и сила $F_{\text{тр2}}$, действующая со стороны колёс на Землю.

Из-за огромной массы Земли по сравнению с массой автомобиля ускорение, сообщаемое Земле, практически равно нулю. Однако, если бы человек шёл по поверхности цилиндра, способного вращаться вокруг своей оси (рис. 2.24, б), то действующая на цилиндр сила трения покоя $F_{\text{тр2}}$ привела бы его во вращательное движение.

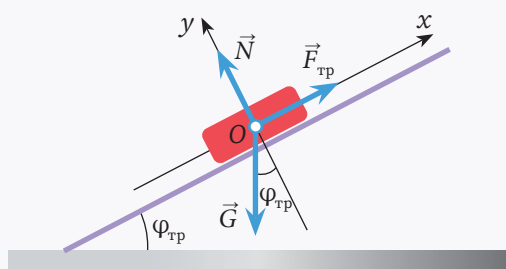


Рис. 2.22

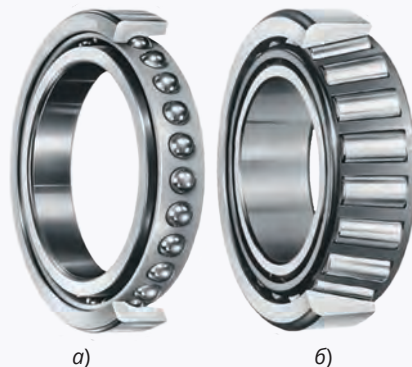
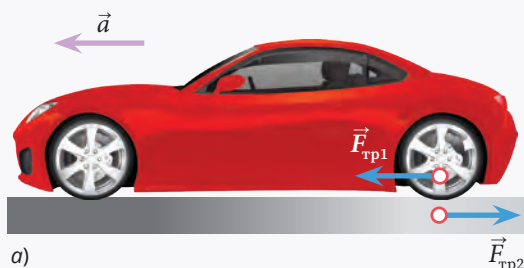
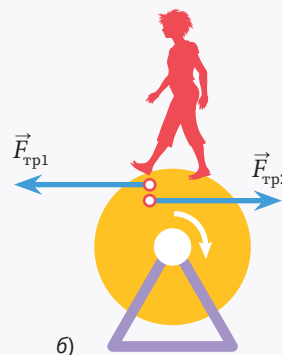


Рис. 2.23



а)



б)

Рис. 2.24

6* Сила сопротивления движению

При движении твёрдых тел соприкосновение возможно не только с твёрдыми телами, но и с жидкостями или газами – например, при движении подводной лодки или самолёта. В таких случаях возникает сила, подобная силе трения скольжения; она называется **силой лобового сопротивления** (или просто **силой сопротивления**). Эта сила действует в плоскости соприкосновения тела с жидкостью/газом и направлена противоположно относительной скорости тела $v_{\text{отн}}$ по отношению к жидкости или газу, а её величина зависит от значения этой скорости. При малых относительных скоростях сила сопротивления пропорциональна скорости:

$$F_{\text{сопр}} = \alpha v_{\text{отн}}, \quad (2.26, \text{ а})$$

тогда как при высоких скоростях она пропорциональна квадрату этой величины:

$$F_{\text{сопр}} = \beta v_{\text{отн}}^2, \quad (2.26, \text{ б})$$

где α и β – коэффициенты пропорциональности, характеризующие сопротивление жидкости или газа, форму и размеры тел, а также качество обработки их поверхности. Например, тела, показанные на рисунке 2.25, имеют одинаковую площадь поперечного сечения, однако сила сопротивления в каждом случае различается. Геометрическая форма тел, при которой сила сопротивления минимальна, называется **аэродинамической формой**. Она имеет особое значение при создании

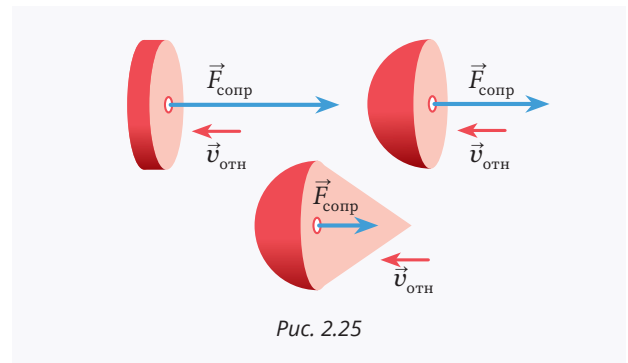


Рис. 2.25

различных летательных аппаратов, автомобилей и других механизмов, преодолевающих сопротивление жидкостей или газов. Сила сопротивления считается пропорциональной квадрату скорости (2.26, б), когда движение тела в жидкости или газе вызывает турбулентность – то есть приводит к образованию вихрей. В общем случае не существует фиксированной скорости движения тела, при которой возникают вихри, поскольку это зависит от множества внешних факторов: аэродинамической формы, свойств жидкости или газа и т. д. Сила сопротивления (2.26, б) возникает довольно часто. Например, она действует на парашютиста, движущегося после прыжка, но до раскрытия парашюта; на падающие капли дождя на начальном этапе их падения, а также на автомобили, корабли и подводные лодки, движущиеся с высокими скоростями.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Автомобиль движется по горизонтальной дороге со скоростью 60 км/ч. Заметив препятствие, водитель резко тормозит. Приняв $g = 10 \text{ м/с}^2$, определите время до полной остановки автомобиля и тормозной путь (расстояние, пройденное до остановки), если коэффициент трения скольжения между шинами и асфальтом составляет $\mu = 0,75$.

Решение

Дано:	СИ:
$v_0 = 60 \text{ км/ч};$	$16,67 \text{ м/с}$
$\mu = 0,75;$	
$g = 10 \text{ м/с}^2$	
$t - ?, s_x - ?$	$s; \text{ м}$

Рассмотрим движение автомобиля вдоль оси Ox – системы координат, связанной с дорогой. Поскольку конечная скорость автомобиля равна нулю, из определения ускорения $a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t}$ получаем время торможения $t = -\frac{v_{0x}}{a_x}$. Индекс x у всех величин в данной задаче указывает на то, что соответствующая величина представляет собой проекцию на направление движения, совпадающее с осью Ox . Ускорение a_x при равнозамедленном движении автомобиля определяется из основного закона динамики: $a_x = -F_{\text{тр}}/m$. Используя формулу (2.24) и выражение $N = mg$ (полученное путём проецирования сил на вертикальное направление – Oy , где $a_y = 0$), находим $a_x = -\frac{\mu mg}{m} = -\mu g$. Таким образом, $t = \frac{v_{0x}}{\mu g}$, $t \approx 2,22 \text{ с}$. Для определения тормозного пути воспользуемся формулой Галилея (1.38): $s_x = \frac{v_x^2 - v_{0x}^2}{2a_x}$, где $v_x = 0$ и $a_x = -\mu g$. Тогда $s_x = \frac{v_{0x}^2}{2\mu g}$, $s_x \approx 18,53 \text{ м}$.

Проанализируйте и примените!

- ▶ В вашем распоряжении деревянная линейка и монета номиналом в один лей. Определите коэффициент трения между металлом и деревом.
- ▶ Прижмите книгу рукой к вертикальной стене. Объясните, в каком направлении и куда именно (в какую сторону) направлена сила трения между стеной и книгой.
- ▶ В кузове грузовика находится ящик. При движении грузовика с ускорением на запад ящик движется вместе с грузовиком, не скользя по поверхности кузова. Существует ли в данном случае сила трения или нет? Если да, то в каком направлении и куда именно она направлена?
- ▶ Когда легче перемещать предмет по горизонтальной поверхности: если тянуть его с силой F , направленной под углом α к горизонту (вверх), или если толкать его с той же силой, направленной под тем же углом к горизонту (вниз)?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение силы трения. Объясните условия возникновения и опишите природу силы трения.
- 2 Дайте определение силы трения покоя. Каково её максимальное значение?
- 3 Чем сила трения скольжения отличается от силы трения покоя?
- 4 Опишите устройство трибометра.
- 5 Дайте определение угла трения.
- 6 Каково различие между величинами сил трения скольжения и трения качения?
- 7 Опишите два сценария: один – без силы трения невозможно обойтись, и второй – из-за силы трения возникают проблемы.
- 8* Объясните действие силы сопротивления, оказываемого движению тела жидкостью или газом, укажите факторы, от которых зависит сила сопротивления движению.
- 9 **ИНЖ** Мотоциклист, движущийся со скоростью 12 м/с, заметил препятствие на расстоянии примерно 15 м и резко затормозил. Успеет ли мотоциклист остановиться до препятствия? Коэффициент трения скольжения $\mu = 0,7$.
- 10 **ИНЖ** Тело соскальзывает с постоянной скоростью по наклонной плоскости высотой 3 м и длиной основания 5 м. Определите коэффициент трения скольжения тела о наклонную плоскость.
- 11 Тело скользит по горизонтальной ледяной поверхности и, пройдя расстояние 25 м, останавливается. Определите начальную скорость тела, если коэффициент трения скольжения по льду равен $\mu = 0,05$.
- 12 Тело массой 5 кг скользит с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности под действием горизонтальной силы, приложенной со стороны пружины. Определите удлинение пружины, если коэффициент трения равен $\mu = 0,2$, а жёсткость пружины $k = 500$ Н/м.
- 13 Тело соскальзывает с наклонной плоскости высотой 3 м и длиной основания 4 м с ускорением 2 м/с². Определите коэффициент трения скольжения между телом и наклонной плоскостью.
- 14 Какую минимальную силу нужно приложить, чтобы сдвинуть с места предмет массой $m = 40$ кг? Приложенная сила направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (вниз), а коэффициент трения между предметом и полом равен $\mu = 0,4$.
- 15 **ИНЖ** На обледенелом участке шоссе коэффициент трения между шинами автомобиля и дорогой в девять раз меньше, чем на сухом асфальте. Во сколько раз водителю нужно уменьшить скорость автомобиля, чтобы тормозной путь на обледенелом участке остался таким же, как на сухом асфальте?
- 16* Небольшое тело запускают вверх по наклонной плоскости, образующей угол $\alpha = 60^\circ$ с горизонтом. Коэффициент трения между телом и плоскостью равен $\mu = \sqrt{3}/4$. Достигнув высшей точки на плоскости, тело начинает соскальзывать вниз. Определите отношение времени соскальзывания тела по наклонной плоскости к исходной точке ко времени подъёма до высшей точки.

При решении задач 11, 12 и 14 принять $g = 10$ м/с².

Проект

STEAM

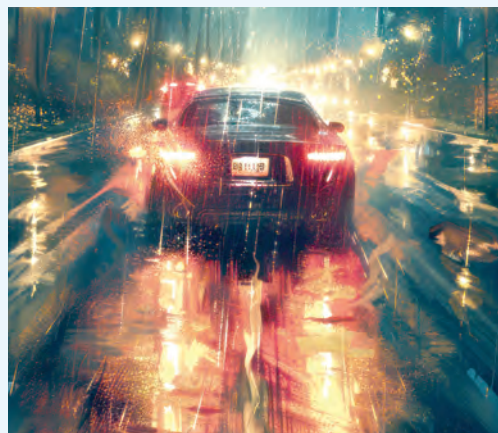
Зависимость тормозного пути транспортного средства от состояния дорожного покрытия

Цель проекта

Осознание того, что безопасность дорожного движения зависит как от длины тормозного пути, так и от качества дорожного покрытия.

Сформируйте 4 рабочие группы.

Обсудите планы и распределите обязанности между командами.



Выполните проект STEAM, реализуя исследование в соответствии со следующими рекомендациями:

Проанализируйте влияние различных типов дорожного покрытия на безопасность дорожного движения.

Объясните, как погодные условия (дождь, снег, гололёд и т. д.) влияют на силу трения.

Проанализируйте роль дорожной инфраструктуры и её влияние на безопасность пешеходов.

Создайте проект (плакат, рисунок, коллаж, стенд, короткометражный фильм и т. д.), призывающий к гражданской ответственности и предупреждающий о рисках, с которыми сталкиваются участники дорожного движения в сложных погодных условиях.

Определите и предложите решения по совершенствованию дорожной инфраструктуры для защиты пешеходов, например: модернизация и расширение системы уличного освещения; строительство и ремонт тротуаров; обустройство пандусов на перекрёстках, у общественных учреждений и остановок транспорта; установка светоотражающих знаков и специального освещения на пешеходных переходах; периодическое обновление дорожной разметки для обеспечения видимости; оснащение светофоров звуковыми сигналами для слабовидящих; установка «лежачих полицейских» возле школ, детских садов, больниц, в жилых зонах и т. д.

Оцените возможность реализации предложенных решений в вашем регионе. Используя формулу Галилея (1.38) и второй закон Ньютона, **выведите** зависимость для расчёта тормозного пути автомобиля на горизонтальном участке дороги в зависимости от скорости движения и коэффициента трения между шинами и дорожным покрытием (сухой асфальт, мокрый асфальт, сухая грунтовая дорога, мокрая грунтовая дорога, гладкий лёд, заснеженная дорога).

Рассчитайте тормозной путь автомобиля, движущегося с определённой скоростью по разным типам дорожного покрытия (или с разной скоростью по одному типу покрытия), и **сравните** полученные результаты.

Коэффициент трения между шинами и дорожным покрытием:

Тип дорожного покрытия	Сухой асфальт	Мокрый асфальт	Сухая грунтовая дорога	Мокрая грунтовая дорога	Гладкая ледяная дорога	Заснеженная дорога
Коэффициент сцепления	0,5 – 0,75	0,35 – 0,45	0,40 – 0,50	0,30 – 0,40	0,15 – 0,25	0,52

Создайте презентацию PowerPoint, в которой отражены проведённые исследования и результаты, полученные в ходе реализации проекта.

Лабораторная работа

№ 4

Определение коэффициента трения скольжения

Цель работы

Изучение явления трения и определение коэффициента трения скольжения тела на наклонной плоскости.

Оборудование

Трибометр (или, в его отсутствие, доска длиной примерно 80–100 см), штатив с зажимом, измерительная лента (или рулетка), прямоугольный брусок и набор маркированных грузов.

Краткая теория

Если тело скользит по наклонной плоскости с постоянной скоростью, коэффициент трения выражается через тангенс угла наклона плоскости (раздел 2.6): $\mu = \operatorname{tg} \varphi_{\text{тр}}$.

Из рисунка 2.26, на котором представлена экспериментальная установка для данной лабораторной работы, видно, что $\operatorname{tg} \varphi_{\text{тр}} = \frac{h}{l}$. Следовательно, при достижении равномерного скольжения тела коэффициент трения скольжения определяется путём измерения основания l и высоты h наклонной плоскости: $\mu = \frac{h}{l}$.

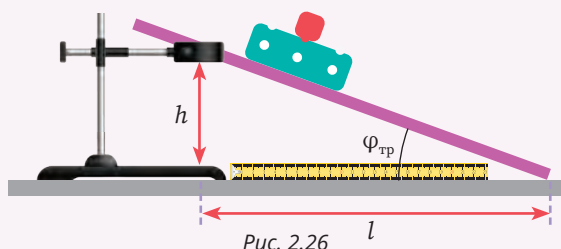


Рис. 2.26

№	h (см)	l (см)	$\bar{\mu}$	$\Delta\bar{\mu}$
1.				
2.				
⋮				
Среднее значение				

Ход работы:

- 1 Поместите прямоугольный брусок на доску и, медленно приподнимая один конец доски, найдите такое положение (угол $\varphi_{\text{тр}}$), при котором после лёгких постукиваний по доске тело начинает скользить вниз с постоянной скоростью.
- 2 Зафиксируйте это положение доски в зажиме штатива и ещё раз убедитесь, что тело соскальзывает вниз с постоянной скоростью.
- 3 Измерьте высоту h и основание l получившейся наклонной плоскости и запишите результаты измерений в тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.

- 4 Повторите действия, описанные в пунктах 1–3, два или три раза, каждый раз добавляя к прямоугольному бруску груз массой 100 г.
- 5 Рассчитайте среднее значение $\bar{\mu}$ коэффициента трения.
- 6 Оцените абсолютную и относительную погрешности коэффициента трения скольжения, используя следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\bar{\mu}}{\bar{\mu}} = \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta l}{l}, \quad \Delta\bar{\mu} = \varepsilon \cdot \bar{\mu}.$$
- 7 Представьте окончательный результат в виде: $\mu = \bar{\mu} \pm \Delta\bar{\mu}$; $\varepsilon = \dots\%$.
- 8 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Объясните суть метода наклонной плоскости для определения коэффициента трения скольжения.
- ▶ Объясните, почему необходимо слегка постукивать по доске для определения положения, при котором тело движется по доске с постоянной скоростью.
- ▶ Предложите другой метод определения коэффициента трения скольжения и попробуйте его реализовать.

Движение тела под действием нескольких сил

Ранее мы рассматривали движение тел под действием одной силы: силы тяжести, силы упругости или силы трения. Однако в реальности на тела одновременно действуют несколько сил разной природы. Поскольку ускорение, сообщаемое телу, и равнодействующая всех действующих на него сил совпадают по направлению, удобно проецировать все векторы, входящие в уравнения

второго закона Ньютона, на данное конкретное направление – как при поступательном, так и при вращательном движении тела.

Рассмотрим на примере методы решения задач с использованием принципов динамики, а также отметим некоторые рекомендации, касающиеся алгоритма решения.

I. Тело массой m движется по горизонтальной поверхности под действием силы F , направленной вверх под углом α к горизонту. Определите ускорение тела, если коэффициент трения скольжения равен μ .

Решение. Рассмотрим этапы решения этой задачи в общем виде, чтобы полученный алгоритм можно было применять и в решении других задач.

1 После анализа ситуации, представленной в задаче, строим схематично рисунок, на котором показываем тело и действующие на него силы.

Схематичный рисунок, изображающий тело на горизонтальной поверхности, показан на рисунке 2.27.

2 Представляем на рисунке все силы, действующие на тело. Для удобства векторы сил изображаются с общим началом в центре тела.

Силы, действующие на тело: сила $\vec{F}$, направленная под углом α к горизонту (как указано в условии задачи); сила тяжести $\vec{G}$, направленная вертикально вниз; сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, направленная перпендикулярно поверхности, по которой движется тело (в данном случае – вертикально вверх); и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$, направленная противоположно движению (рис. 2.27). Следует отметить, что сила трения приложена в точке контакта тела с поверхностью; однако удобнее изображать её так, чтобы она имела ту же точку приложения (центр тела), что и остальные векторы.

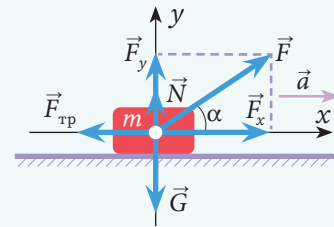


Рис. 2.27

3 Записываем основной закон динамики в векторной форме (2.6) применительно к условиям задачи.

В данном случае на тело действуют четыре силы, и основной закон динамики принимает вид:

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{G}. \quad (2.27)$$

4 Выбираем систему координат и определяем углы, которые силы и ускорение тела образуют с осями этой системы.

Выбор системы координат имеет решающее значение для получения результата решения задачи. Обычно систему выбирают так, чтобы одна из осей совпадала с направлением вектора ускорения, а вторая – перпендикулярна выбранной оси. На рисунке 2.27 показана система координат, начало которой совмещено с центром тела массой m .

5 Переходим от уравнения в векторном виде к скалярному виду, спроецировав векторы сил на оси координат, и решаем полученную из выражения (2.27) систему уравнений относительно неизвестных величин.

При проецировании векторов сил на координатные оси уравнение (2.27) принимает вид:

$$\begin{aligned} \text{ось } x: \quad ma &= F_x - F_{\text{тр}}, \\ \text{ось } y: \quad 0 &= F_y + N - G. \end{aligned} \quad (2.28)$$

С учётом того, что $F_{\text{тр}} = \mu N$, $G = mg$, а проекции силы $\vec{F}$ на оси координат равны $F_x = F \cos \alpha$ и $F_y = F \sin \alpha$, уравнения (2.28) принимают вид:

$$\begin{aligned} ma &= F \cos \alpha - \mu N, \\ 0 &= F \sin \alpha + N - mg. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Из второго уравнения системы (2.29) определяем значение силы реакции опоры $N = mg - F \sin \alpha$, а первое уравнение позволяет определить ускорение тела:

$$a = \frac{F}{m} (\cos \alpha + \mu \sin \alpha) - \mu g.$$

II. Тело массой 5 кг находится на наклонной плоскости, составляющей угол 30° с горизонтом. На тело действует сила 20 Н (направленная горизонтально – параллельно основанию наклонной плоскости). Определите силу нормальной реакции опоры, действующую на тело со стороны наклонной плоскости, и ускорение тела, если коэффициент трения скольжения по наклонной плоскости равен 0,4.

Решение. На рисунке 2.28 показано тело массой m на наклонной плоскости. Действующие на тело силы имеют ту же природу, что и в первой задаче, однако направлены силы иначе, что обусловлено углом наклона плоскости. Следовательно, основное уравнение динамики сохраняет вид (2.27). Если выбрать систему координат таким образом, чтобы одна из осей совпадала с направлением движения, то уравнение (2.27) в проекциях на координатные оси принимает вид:

$$\begin{aligned} \text{ось } x: \quad ma &= F_x + G_x - F_{\text{тр}}, \\ \text{ось } y: \quad 0 &= F_y + N - G_y. \end{aligned} \quad (2.30)$$

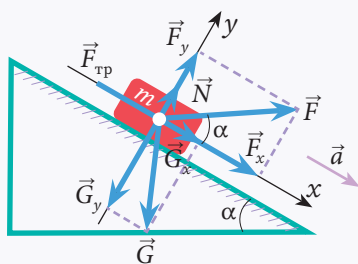


Рис. 2.28

Учитывая, что $F_{\text{тр}} = \mu N$ и проекции сил $\vec{F}$ и $\vec{G}$ на координатные оси равны: $F_x = F \cos \alpha$, $F_y = F \sin \alpha$ и $G_x = mg \sin \alpha$, $G_y = mg \cos \alpha$, из системы уравнений (2.30) получаем:

$$\begin{aligned} ma &= F \cos \alpha + mg \sin \alpha - \mu N, \\ 0 &= F \sin \alpha + N - mg \cos \alpha. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Из второго уравнения системы (2.31) определяем реакцию опоры:

$$\begin{aligned} N &= mg \cos \alpha - F \sin \alpha = \\ &= 5 \cdot 10 \cdot \cos 30^\circ - 20 \cdot \sin 30^\circ \approx 33,3 \text{ Н}, \end{aligned}$$

а из первого уравнения – ускорение тела:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F}{m} \cos \alpha - \frac{\mu N}{m} + g \sin \alpha = \\ &= \frac{20}{5} \cos 30^\circ - 0,4 \frac{33,3}{5} + 10 \sin 30^\circ \approx 5,8 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

III. Автомобиль массой m движется с постоянной скоростью v по мосту: а) вогнутому; б) выпуклому, имеющему радиус кривизны R (рис. 2.29). С какой силой автомобиль давит на середину моста?

Решение. На автомобиль действуют: сила тяжести $\vec{G}$, сила нормальной реакции опоры – моста $\vec{N}$, сила тяги $\vec{F}_{\text{тр}}$ (сила трения – сцепление с дорогой, действующая со стороны моста на колёса, заставляет машину ехать вперёд) и сила сопротивления среды $\vec{F}_{\text{сопр}}$. Под действием всех сил автомобиль движется с постоянной скоростью v .

Уравнение, выражающее основной закон динамики, для обоих случаев имеет вид:

$$m\vec{a} = \vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{сопр}} + \vec{F}_{\text{тр}}. \quad (2.32)$$

При движении по траектории радиусом R автомобиль обладает центростремительным ускорением $a = v^2/R$, направленным всегда к центру окружности (рис. 2.29). Если выбрать общую систему координат для обоих случаев, то для вогнутого моста уравнение (2.32), спроецированное на координатные оси, примет вид:

$$\begin{cases} ma = N - G, \\ 0 = F_{\text{сопр}} - F_{\text{тр}}. \end{cases} \quad (2.33)$$

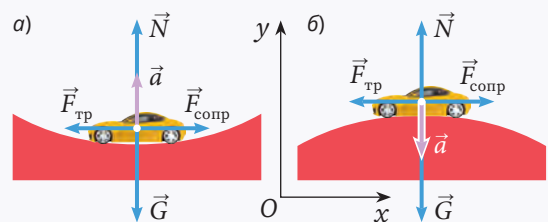


Рис. 2.29

Поскольку $G = mg$ из уравнения (2.33), описывающего силу, с которой автомобиль давит на вогнутый мост (эта сила по величине равна силе нормальной реакции моста), получаем:

$$N = m \left(g + \frac{v^2}{R} \right).$$

Как видно из рисунка 2.29, единственное различие между этими двумя ситуациями заключается в противоположном направлении центростремительного ускорения. Следовательно, выражение для силы давления на выпуклый мост можно

получить из формулы для вогнутого моста, заменив знак «+» на знак «-» перед выражением, соответствующим центростремительному ускорению $\frac{v^2}{R}$. Таким образом:

$$N = m \left(g - \frac{v^2}{R} \right).$$

Из последнего соотношения очевидно, что при скорости $v = \sqrt{gR}$ сила давления на мост становится равной нулю, и автомобиль оказывается в состоянии невесомости.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 На тело массой 1 кг, покоящееся на горизонтальной поверхности, действуют две силы: $F_1 = 3$ Н и $F_2 = 4$ Н, лежащие в горизонтальной плоскости и перпендикулярные друг другу. Определите ускорение тела, если коэффициент трения между телом и поверхностью равен 0,3.
- 2 Какова минимальная сила, необходимая для того, чтобы сдвинуть с места тело массой 10 кг, покоящееся на полу? Приложенная сила составляет угол 30° с горизонтом, а коэффициент трения между телом и полом равен $\mu = 1/\sqrt{3}$.
- 3 Если на тело массой $m = 20$ кг действует сила $F = 100$ Н, направленная под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту, тело движется с постоянной скоростью. С каким ускорением будет двигаться тело, если та же сила будет действовать под углом $\beta = 30^\circ$ к горизонту?
- 4 Тело массой $m = 60$ кг движется вверх по наклонной плоскости с углом наклона $\alpha = 30^\circ$. Коэффициент трения равен $\mu = 0,2$. Определите ускорение тела, если на него действует сила $F = 600$ Н в направлении движения, параллельная основанию наклонной плоскости.
- 5 На тело массой 10 кг, покоящееся на наклонной плоскости, действует сила F , направленная вверх вдоль плоскости. Если сила $F = F_1 = 70$ Н, тело движется вверх с постоянной скоростью; если $F = F_2 = 30$ Н, тело движется вниз по наклонной плоскости с постоянной скоростью. Определите угол наклона плоскости и коэффициент трения между телом и наклонной плоскостью.
- 6 Деревянный прямоугольный брусок массой $m = 0,3$ кг покоится на наклонной плоскости длиной $L = 1,5$ м и высотой $h = 0,5$ м. Какова минимальная сила, направленная перпендикулярно поверхности плоскости, необходимая для удержания бруска в состоянии покоя? Коэффициент трения между поверхностями бруска и наклонной плоскости равен $\mu = 0,3$.
- 7 **ИНЖ** Автомобиль массой 1500 кг движется со скоростью $v = 20$ м/с по дороге, профиль которой показан на рисунке 2.30. Определите силу, с которой автомобиль давит на дорогу в точках А, В, С и D, если $R = 200$ м и $\alpha = 60^\circ$. Какую скорость v_0 должен иметь автомобиль, чтобы не оказывать давления на дорогу в точке D?
- 8 **ИНЖ** Во время полёта истребитель выполняет «мёртвую петлю» радиусом $R = 600$ м со скоростью 60 м/с (рис. 2.31). С какой силой лётчик (массой 70 кг) давит на сиденье самолёта в верхней и нижней точках траектории?

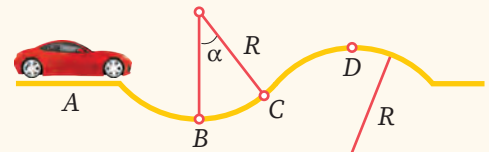


Рис. 2.30

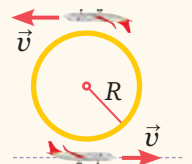


Рис. 2.31

Подготовьте сообщение по теме:

Структурные элементы динамики как теории взаимодействий.

При решении задач 1–8 принять $g = 10$ м/с².

Суммативный тест

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения стали верными:

- 1 б.** **а** Любое тело сохраняет состояние покоя или _____ до тех пор, пока на него не подействуют другие тела;
- 1 б.** **б** Произведение массы тела на его ускорение равно _____ действующей на это тело и сообщающей ему данное ускорение;
- 1 б.** **в** Векторная физическая величина, равная _____ силы тяжести, действующей на тело, к его массе, называется напряжённостью гравитационного поля.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 б.	Напряжённость гравитационного поля	кг
1 б.	Масса	кН
1 б.	Коэффициент упругости	Н/кг
		Н/м

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 б.** **в** **л** **а** Ускорение тела, движущегося под действием силы, во столько же раз больше, во сколько раз меньше его масса.
- 1 б.** **в** **л** **б** При малых относительных скоростях движения тела в жидкости сила сопротивления, создаваемая жидкостью, обратно пропорциональна скорости.
- 1 б.** **в** **л** **в** Вес – это сила упругости, характеризующая воздействие тела на горизонтальную опору или вертикальный подвес.

4 **3 б.** На рисунке 2.32 изображено тело массой m , покоящееся на шероховатой наклонной плоскости. Изобразите все силы, действующие на тело.



Рис. 2.32

5 **2 б.** Тело массой 3 кг движется по гладкой горизонтальной поверхности под действием силы $F = 9$ Н, направленной под углом 60° к горизонту. Определите ускорение тела.

6 Колесо обозрения в парке аттракционов (большое вертикальное колесо, с пассажирскими кабинками, сиденья которых, сохраняют вертикальное положение), радиусом 10 м совершает один полный оборот за 2 минуты с постоянной скоростью. Приняв ускорение свободного падения равным $g = 10$ м/с², определите:

- 2 б.** **а** линейную скорость колеса обозрения;
- 3 б.** **б** силу, с которой пассажир массой 50 кг давит на сиденье в кабине колеса обозрения, когда кабинка находится в нижней точке;
- 3 б.** **в** силу, с которой тот же пассажир давит на сиденье, когда кабинка находится в верхней точке.

7 Тело массой 1 кг необходимо переместить вверх по наклонной плоскости, расположенной под углом 30° к горизонту. Коэффициент трения между телом и поверхностью наклонной плоскости составляет $1/(2\sqrt{3})$. Приняв $g = 10$ м/с², определите:

- 3 б.** **а** силу, необходимую для перемещения тела вверх по наклонной плоскости с постоянной скоростью;
- 4 б.** **б** время, за которое тело соскользнет обратно к основанию наклонной плоскости, пройдя расстояние 80 см с постоянным ускорением.

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения были верными:

- 1 6.** а Физическая величина, количественно характеризующая действие одного тела на другое, называется _____;
- 1 6.** б Два тела действуют друг на друга силами, равными по модулю, лежащими на одной прямой и направленными _____;
- 1 6.** в При малых деформациях _____ пропорциональна удлинению.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 6.	Сила трения	г
1 6.	Гравитационная постоянная	Н/м
1 6.	Масса	Н · м ² /кг ²
		Н

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 6.** в л а Силы взаимодействия между телами всегда возникают одновременно.
- 1 6.** в л б Сила упругости пропорциональна удлинению независимо от величины деформации.
- 1 6.** в л в Сила трения скольжения, действующая на тело, движущееся по поверхности другого тела, всегда направлена в сторону относительного движения тел.

4 **3 6.** На рисунке 2.33 показано тело массой m , движущееся с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности под действием силы $\vec{F}$. Укажите все силы, действующие на тело в данном случае.



Рис. 2.33

5 **2 6.** Под действием силы 10 Н тело движется с ускорением 0,5 м/с². С каким ускорением будет двигаться это тело под действием силы, равной 30 Н?

6 **2 6.** Тело скользит по горизонтальной поверхности с постоянной скоростью под действием горизонтальной силы $F = 20$ Н. Чему равна величина силы трения?

7 Тело массой 2,4 кг покоится на горизонтальной поверхности; на него действует максимальная сила 6 Н, направленная параллельно поверхности. Приняв $g = 10$ м/с², определите:

- 2 6.** а коэффициент трения покоя между телом и поверхностью;
- 2 6.** б жёсткость пружины, используемой для приведения тела в движение, если удлинение пружины составляет 4 см.

8 К концу пружины жёсткостью 200 Н/м подвешен груз массой 1 кг. Длина недеформированной пружины составляет 20 см. Приняв $g = 10$ м/с², определите длину пружины, если:

- 2 6.** а пружина растянута подвешенным к её концу грузом;
- 3 6.** б пружина с подвешенным грузом находится в лифте, движущемся вертикально вниз с ускорением 5 м/с²;
- 3 6.** в лифт, описанный в пункте б), движется вертикально вверх с тем же ускорением.

2.8 (у)

Движение небесных тел и искусственных спутников (количественно)

В п. 2.4 описана возможность запуска искусственных спутников Земли.

Определим скорость v_h , при которой тело становится искусственным спутником. Предположим, что единственной силой, действующей на тело, является сила тяжести $F = mg_h$, сообщающая телу центростремительное ускорение $a_{ц} = v_h^2/r$. Из основного закона динамики ($F = ma_{ц}$), получаем $mg_h = \frac{mv_h^2}{R+h}$, откуда следует:

$$v_h = \sqrt{g_h(R+h)}. \quad (2.34)$$

Подставив выражение для ускорения свободного падения g_h на высоте h согласно формуле (2.17), получаем из (2.34):

$$v_h = R\sqrt{g/(R+h)}. \quad (2.35)$$

Скорость, которую необходимо сообщить телу в направлении, перпендикулярном радиусу окружности, по которой оно будет двигаться как искусственный спутник, зависит от высоты h над поверхностью Земли. Если искусственный спутник движется по круговой орбите вблизи Земли, то есть $h \ll R$, то его скорость равна

$$v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9,81 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 6,37 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

и называется **первой космической скоростью**. Период вращения (в астрономии называемый периодом обращения) спутника, то есть время полного оборота вокруг Земли: $T = 2\pi R/v_1 \approx 84$ мин.

Если скорость запуска спутника выше первой космической скорости v_1 , его траектория вытягивается в эллипс (рис. 2.34). С увеличением скорости запуска появляется возможность преодоления гравитационного поля Земли. Минимальная скорость, необходимая для того, чтобы тело могло покинуть область притяжения Земли, составляет $v_{II} = \sqrt{2}v_1 \approx 11,2$ км/с и называется **второй космической скоростью**. В этом случае траектория тела из эл-

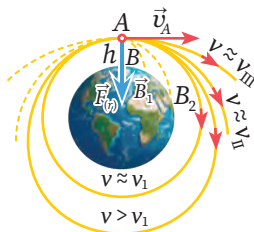


Рис. 2.34

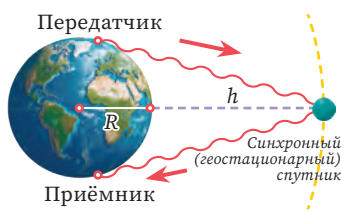


Рис. 2.35

липтической становится параболической, и оно больше не может вернуться на Землю (рис. 2.34). Таким образом, тело может достичь гравитационного поля другой планеты Солнечной системы и, после определённого изменения своей скорости, стать её искусственным спутником.

Также известна **третья космическая скорость** v_{III} , когда тело движется по гиперболической траектории (рис. 2.34). Третья космическая скорость – это минимальная скорость, необходимая для запуска тела с Земли, чтобы оно могло покинуть Солнечную систему, и имеет значение приблизительно равное 16,7 км/с.

Так называемые **синхронные** или **геостационарные спутники** (рис. 2.35) играют особую роль в обеспечении межконтинентальных систем связи. Синхронный спутник движется по круговой экваториальной орбите в том же направлении, в котором вращается Земля, так что период его обращения совпадает с периодом вращения Земли вокруг своей оси. В этом случае спутник постоянно находится над одной и той же точкой на Земле, то есть на геостационарной орбите. Поскольку Земля совершает полный оборот за

$T_0 = 24$ часа, и $v_h = \frac{2\pi}{T_0}(R+h)$ из (2.35) получаем

$$\frac{4\pi^2(R+h)^2}{T_0^2} = \frac{R^2 g}{(R+h)},$$

откуда следует, что высота h синхронного спутника над Землёй составляет

$$h = \sqrt[3]{\frac{R^2 T_0^2 g}{4\pi^2}} - R \approx 36\,000 \text{ км} \approx 5,6 R.$$

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните разницу между первой и второй космическими скоростями.
- 2 Назовите искусственный спутник, который сохраняет неподвижное положение над определённой точкой на поверхности Земли.
- 3 Какую скорость должен иметь искусственный спутник для движения по круговой орбите на высоте 1000 км над поверхностью Земли? Каков период его обращения? Масса и радиус Земли составляют $M_3 = 6 \cdot 10^{24}$ кг и $R = 6400$ км.
- 4 Определите первую космическую скорость для Марса, если его радиус составляет 3400 км, а ускорение свободного падения на поверхности – $3,8 \text{ м/с}^2$.
- 5 Искусственный спутник движется по круговой орбите на высоте $h = 3R$, где R – радиус Земли. Во сколько раз период обращения спутника на этой орбите превышает период его обращения на околоземной орбите?

Движение систем взаимосвязанных тел

На практике часто встречаются ситуации, в которых движутся системы взаимосвязанных тел. Алгоритм решения задач в этом случае остаётся таким же, тем же, что и в разделе 2.7*, но с определёнными дополнениями, которые будут представлены для каждого **этапа** решения.

- 1 Строим схематический рисунок, на котором изображают тела и условия, в которых они находятся.
- 2 Выявляем все силы, действующие на тела, включая силы реакции связей. Изображаем на чертеже векторы сил, действующих на каждое тело, с началом в центре того тела, для которого записывается второй закон Ньютона.
- 3 Записываем основное уравнение динамики в векторной форме (2.6) для каждого тела рассматриваемой системы, исходя из конкретных условий задачи.
- 4 Выбираем систему координат для каждого направления движения тел и определяем углы, которые образуют силы и ускорения тел с осями координат.
- 5 Преобразовываем векторные уравнения в скалярные путём их проецирования на координатные оси и решаем полученную систему уравнений относительно искомых величин.

Рассмотрим несколько примеров движения связанных тел, последовательно применяя описанные выше этапы.

I. Два тела массами m_1 и m_2 соединены идеальной нитью и находятся на горизонтальной поверхности. На тело массой m_1 действует горизонтальная сила $\vec{F}_1$, а на тело массой m_2 – сила $\vec{F}_2$, направленная под углом α к горизонту. Определите ускорение системы и силу натяжения нити, если коэффициент трения скольжения для обоих тел равен μ , а движение происходит в направлении действия силы $\vec{F}_1$.

Решение. Поясним понятие *идеальной нити*, используемое при рассмотрении систем связанных тел. Идеальной нитью называют нить, которая является нерастяжимой, абсолютно гибкой и невесомой. Тела, прикреплённые к концам идеальной нити, имеют одинаковую величину скорости и

ускорения, а сила натяжения нитей постоянны по всей их длине.

Схематическое изображение тел массами m_1 и m_2 показано на рисунке 2.36.

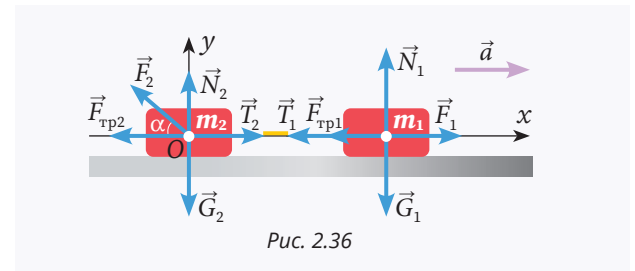


Рис. 2.36

На тела действуют следующие силы: силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, заданные по условию задачи; силы тяжести $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_2$, направленные вертикально вниз; силы нормальной реакции $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$, направленные перпендикулярно поверхности соприкосновения тел; силы трения $\vec{F}_{тр1}$ и $\vec{F}_{тр2}$, направленные противоположно движению; а также силы натяжения нити $\vec{T}_1$ и $\vec{T}_2$ (рис. 2.36).

Применяя уравнение (2.7) для тел массами m_1 и m_2 , получаем:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a} = \vec{G}_1 + \vec{N}_1 + \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр1} + \vec{F}_1, \\ m_2 \vec{a} = \vec{G}_2 + \vec{N}_2 + \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр2} + \vec{F}_2. \end{cases} \quad (2.36)$$

Для выполнения расчётов крайне важно правильно выбрать систему координат. Обычно систему координат выбирают так, чтобы одна из осей совпадала с направлением вектора ускорения, а другая ось была перпендикулярна ему. На рисунке 2.36 показана система координат с началом отсчёта, совмещённым с телом массой m_2 .

При проецировании на оси выбранной системы координат уравнения (2.36) принимают вид:

$$\begin{cases} m_1 a = F_1 - T_1 - F_{тр1}, \\ 0 = N_1 - G_1, \\ m_2 a = T_2 - F_2 \cos \alpha - F_{тр2}, \\ 0 = N_2 + F_2 \sin \alpha - G_2. \end{cases} \quad (2.37)$$

Из второго и четвёртого уравнений системы (2.37) определяем силы нормальной реакции опоры N_1 и N_2 :

$$\begin{aligned} N_1 &= G_1 = m_1 g, \\ N_2 &= G_2 - F_2 \sin \alpha = m_2 g - F_2 \sin \alpha. \end{aligned}$$

Принимая во внимание, что $F_{тр1} = \mu N_1$; $F_{тр2} = \mu N_2$ и $T_1 = T_2 = T$ (нить, соединяющая тела, – идеальная), система уравнений (2.37) принимает вид:

$$\begin{cases} m_1 a = F_1 - T - \mu m_1 g, \\ m_2 a = T - F_2 \cos \alpha - \mu(m_2 g - F_2 \sin \alpha), \end{cases}$$

откуда и определяем искомые величины:

$$\begin{aligned} a &= \frac{F_1 - F_2 \cos \alpha - \mu(m_1 g + m_2 g - F_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2}, \\ T &= F_1 - \mu m_1 g - m_1 a. \end{aligned}$$

II. Тело массой m_1 движется по наклонной плоскости, расположенной под углом α , под действием другого тела массой $m_2 > m_1$, соединённого с первым идеальной нитью, перекинутой через невесомый блок (трение в оси которого отсутствует), находящийся в верхней части наклонной плоскости. Коэффициент трения скольжения для тела на наклонной плоскости равен μ . Определите ускорение системы и силу натяжения нити.

Решение. Схема к данной задаче приведена на рисунке 2.37; на нём также указаны силы, действующие на тела.

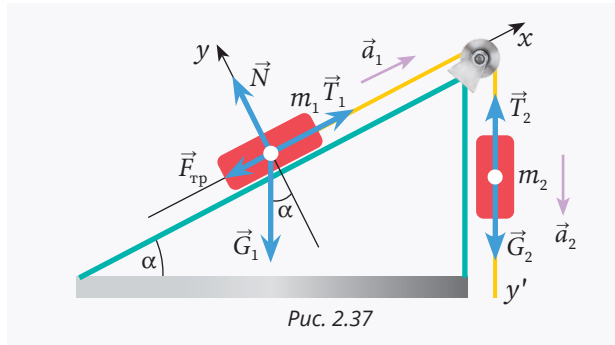


Рис. 2.37

Используя уравнение (2.7) для тел массами m_1 и m_2 , получаем:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 - \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{G}_1, \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{T}_2 + \vec{G}_2. \end{cases} \quad (2.38)$$

Для решения задачи удобнее выбрать систему координат для каждого тела так, чтобы одна из осей была направлена вдоль вектора его ускорения (рис. 2.37). В таких случаях говорят, что проецирование выполняется по направлению движения. Проецируя векторы сил, действующих на каждое тело, на выбранные оси координат и учитывая, что $|T_1| = |T_2| = T$ и $|a_1| = |a_2| = a$, получаем систему (2.38) в следующем виде:

$$\begin{cases} m_1 a = T - G_1 \sin \alpha - \mu N, \\ m_2 a = G_2 - T, \\ 0 = N - G_1 \cos \alpha. \end{cases} \quad (2.39)$$

Поскольку $G = mg$, из третьего уравнения системы (2.39) следует, что $N = m_1 g \cos \alpha$, а сложение первых двух уравнений позволяет определить ускорение системы тел:

$$a = g \frac{m_2 - m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

Из этого соотношения видно, что движение тел в условиях данной задачи происходит при выполнении следующего условия:

$$m_2 \geq m_1 (\sin \alpha + \mu \cos \alpha).$$

Подставив значение ускорения a во второе уравнение системы (2.39), находим силу натяжения нити:

$$T = \frac{m_1 m_2 g (1 + \sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

III. Определите ускорения тел массами m_1 и m_2 и силу натяжения нити в системе блоков, изображённой на рисунке 2.38. Считайте, что трением в блоках и их массой можно пренебречь, а нить – идеальная.

Решение. На рассматриваемую систему действуют силы тяжести $G_1 = m_1 g$, $G_2 = m_2 g$ и силы натяжения нитей T_1 , T_2 и T_3 – равные по величине, как показано на рисунке 2.38. Применяя уравнение (2.7) к телам массами m_1 и m_2 , получаем:

$$\begin{cases} m_1 \vec{a}_1 = \vec{G}_1 + \vec{T}_1, \\ m_2 \vec{a}_2 = \vec{G}_2 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3. \end{cases} \quad (2.40)$$

Поскольку все силы и ускорения направлены вертикально, в данном случае удобнее спроецировать векторы из уравнений (2.40) на направление движения, и получаем:

$$\begin{cases} m_1 a_1 = T - G_1, \\ m_2 a_2 = G_2 - 2T. \end{cases} \quad (2.41)$$

Поскольку тело массой m_1 за тот же промежуток времени проходит расстояние вдвое большее, чем тело массой m_2 , то $a_1 = 2a_2$, а из (2.41) после простых преобразований получаем искомое:

$$a_2 = \frac{m_2 - 2m_1}{4m_1 + m_2} g; \quad a_1 = 2a_2; \quad T = \frac{3m_1 m_2 g}{4m_1 + m_2}.$$

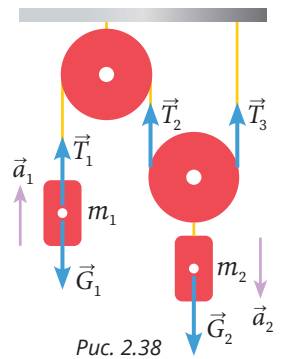


Рис. 2.38

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Два тела массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 3$ кг, соединённые идеальной нитью, находятся на гладком столе. На них действуют силы $F_1 = 7$ Н и $F_2 = 10$ Н соответственно, направленные в противоположные стороны вдоль линии нити. Пренебрегая трением, определите ускорение тел.
- 2 **ИНЖ** Два тела массами $m_1 = 3$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены идеальной нитью, перекинутой через блок, закреплённый на вершине призмы, грани которой образуют две наклонные плоскости. Определите ускорение тел, если углы при основании наклонных плоскостей равны $\alpha_1 = 60^\circ$ и $\alpha_2 = 30^\circ$ соответственно, а коэффициент трения скольжения составляет $\mu = 0,2$.
- 3 **ИНЖ** Идеальная нить перекинута через блок, не имеющий массы и трения в оси; к концам нити прикреплены два тела массами $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 4,1$ кг. Чему равна сила натяжения нити и на какое расстояние сместятся тела относительно друг друга за 3 секунды, если начальная скорость тел была равна нулю?

При решении задач 2 и 3 принять $g = 10$ м/с².

2.10 (у)

Неинерциальные системы отсчёта. Центробежная сила

Как отмечалось в п. 2.1–2.3, законы Ньютона справедливы только в инерциальных системах отсчёта.

Системы отсчёта, движущиеся с ускорением относительно инерциальной системы, называются неинерциальными. В неинерциальных системах принципы динамики не выполняются.

Продолжим анализ ситуации, описанной в п. 1.6, в которой речь идёт об ученике в автобусе. На остановке он входит в автобус и спокойно стоит. Внезапно автобус резко трогается с места, и ученик невольно отклоняется назад. Почему ученик отклонился назад, хотя его никто не толкал?

С точки зрения наблюдателя, находящегося на Земле (в инерциальной системе отсчёта), в момент начала движения автобуса, в соответствии с принципом инерции, ученик находится в состоянии покоя. С точки зрения пассажира внутри автобуса ученик смещается назад, словно его кто-то толкнул. Это происходит потому, что ноги ученика, за счёт сил трения, возникающих между подошвами и полом автобуса, движутся вперёд вместе с автобусом, а тело ученика, находясь в состоянии покоя, остаётся на месте.

Всегда можно найти такую инерциальную систему отсчёта, в которой движение тел описывается с помощью законов динамики. Однако это не всегда просто, поскольку в таком случае обязательно нужно учитывать силы, действующие со стороны связей (например, реакция опоры или натяжение нити). Эти силы, однако, могут быть самыми разными, и единого подхода к их описанию не существует.

При применении законов Ньютона в неинерциальных системах отсчёта, помимо сил, с которыми тела оказывают действие друг на друга, вводятся силы, которые отличаются от явных сил; они известны как силы инерции.

Такие силы вводятся специально для того, чтобы обеспечить возможность использования принципов динамики и в неинерциальных системах отсчёта. Это мнимые силы, поскольку не существует тел или полей, которые определяли бы их действие.

Следовательно:

Силы инерции определяются не взаимодействием тел, а свойствами неинерциальных систем отсчёта.

С учётом сил инерции второй закон Ньютона выполняется в любой системе отсчёта, в том числе и в неинерциальной системе отсчёта.

Произведение массы тела на ускорение в рассматриваемой системе отсчёта равно сумме всех действующих на него сил, включая силы инерции.

В этом случае силы инерции $\vec{F}_и$ вместе с силами $\vec{F}$, возникающими в результате взаимодействия тел, сообщают телу относительноное ускорение $\vec{a}_{отн}$ в неинерциальной системе отсчёта, то есть:

$$m\vec{a}_{отн} = \vec{F} + \vec{F}_и. \quad (2.42)$$

Из этого следует, что силы инерции возникают вследствие ускоренного движения рассматриваемой системы отсчёта относительно инерциальной системы отсчёта. Рассмотрим теперь, как силы инерции проявляются в двух часто встречающихся в повседневной жизни случаях: при ускоренном поступательном движении и при вращательном движении относительно инерциальной системы отсчёта.

Рассмотрим шарик массой m , подвешенный на нити к опоре, закреплённой на тележке (рис. 2.39). Когда тележка неподвижна или движется равномерно и прямолинейно, шарик на нити висит вертикально, а сила тяжести $m\vec{g}$

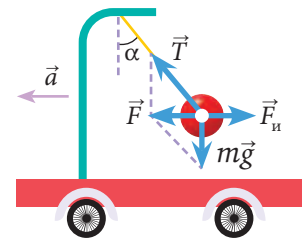


Рис. 2.39

уравновешивается силой натяжения нити $\vec{T}$. Если тележка начинает двигаться поступательно с ускорением $\vec{a}$, нить отклоняется от вертикали в сторону, противоположную направлению движения, на угол α такой величины, что равнодействующая сил $\vec{F} = m\vec{g} + \vec{T}$ сообщает шарiku ускорение $\vec{a}$, равное по модулю и направлению ускорению тележки. Таким образом, как показано на рисунке 2.39, модуль равнодействующей силы, действующей на шарик, равен $F = mg \operatorname{tg} \alpha = ma$; отсюда следует, что тангенс угла отклонения от вертикали $\operatorname{tg} \alpha = a/g$ возрастает по мере увеличения ускорения тележки.

Заметим, что в системе отсчёта, связанной с ускоренно движущейся тележкой, шарик покоится. Однако это возможно лишь в том случае, если сила F уравновешивается силой $F_и$, равной ей по модулю

и противоположной по направлению. Именно эта сила и является силой инерции. Таким образом,

$$\mathbf{F}_и = -m\mathbf{a}. \quad (2.43)$$

Силы инерции, возникающие при поступательном движении, можно наблюдать в транспортных средствах (автобусах, троллейбусах, поездах, маршрутных такси и т. д.). Например, при ускорении транспортного средства пассажира, сидящего лицом по ходу движения, сила инерции прижимает к спинке сиденья. И наоборот, при резком торможении сила инерции действует в противоположном направлении, и пассажир отрывается от спинки сиденья.

Рассмотрим вращательное движение тела массой m , привязанного к концу нити длиной R (рис. 2.40). В каждый момент этого движения тело стремится двигаться по прямой, касательной к описываемой окружности. Однако тело связано нитью с осью вращения, что ограничивает прямолинейное движение. Нить натягивается, в нити возникает сила упругости, которая действует на тело, сообщая ему центростремительное ускорение $a_ц$ (1.48), направленное вдоль нити к центру вращения.

Составляющая силы (или сил, в общем случае), действующая на тело и заставляющая его

двигаться по криволинейной траектории, обычно называется **центростремительной силой** и выражается:

$$\mathbf{F}_цс = m\mathbf{a}_ц = \frac{m\mathbf{v}^2}{R}. \quad (2.44)$$

С точки зрения наблюдателя в неинерциальной системе отсчёта (связанной с телом массой m , которое вращается), должна существовать инерциальная сила, уравновешивающая центростремительную силу, равная ей по величине и противоположная по направлению (рис. 2.40). Эта сила называется **центробежной силой**. Таким образом,

$$\mathbf{F}_и \equiv \mathbf{F}_цб = -m\mathbf{a}_ц. \quad (2.45)$$

С учётом соотношений центростремительного ускорения и линейной скорости (1.48), угловой скорости (1.52) величина центробежной силы равна:

$$\mathbf{F}_цб = \frac{m\mathbf{v}^2}{R} = m\omega^2 R. \quad (2.46)$$

Следует отметить, что центробежная сила называется «силой», но в действительности она не существует; это мнимая сила. Центростремительная сила действует на тело, совершающее вращательное движение, тогда как центробежная сила приложена к связывающей нити и возникает как проявление свойств неинерциальной системы отсчёта.

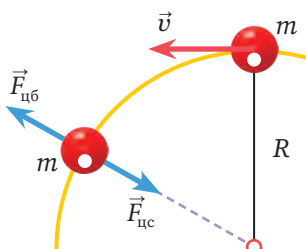


Рис. 2.40

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение неинерциальной системы отсчёта.
- 2 Опишите силы инерции. Чем они отличаются от сил, действующих в неинерциальных системах отсчёта?
- 3 Объясните, почему необходимо учитывать силы инерции.
- 4 Запишите уравнение второго закона Ньютона для неинерциальной системы отсчёта.
- 5 Как проявляются силы инерции при поступательном движении неинерциальной системы отсчёта?
- 6 Что представляют собой центростремительная и центробежная силы? Как и на что они действуют?
- 7 Тело массой 200 г подвешено к потолку вагона поезда, движущегося по горизонтальному участку пути. В некоторый момент на вагон начинает действовать сила трения, равная 35% веса вагона. Определите: а) угол отклонения нити от вертикали; б) силу натяжения нити.
- 8 **ИНЖ** На оси вращения диска закреплён стержень. К верхнему концу стержня прикреплена нить длиной $l = 20$ см, на которой подвешен небольшой шарик. С какой угловой скоростью должен вращаться диск, чтобы нить с шариком отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 60^\circ$?

При решении задач 7 и 8 принять $g = 10 \text{ м/с}^2$.



МЕХАНИЧЕСКИЙ ИМПУЛЬС. МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА И ЭНЕРГИЯ

3.1

Импульс материальной точки. Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса материальной точки

а Механический импульс

Рассмотрим тело, которое можно считать материальной точкой. Пусть масса тела m , а равнодействующая всех приложенных к нему сил $\vec{F}$. В соответствии с основным законом динамики имеем:

$$m\vec{a} = \vec{F}, \quad (3.1)$$

где ускорение, сообщаемое равнодействующей сил $\vec{F}$, равно $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$. Интервал времени Δt считается достаточно малым, и равнодействующая сил $\vec{F}$ остаётся практически неизменной в течение этого времени. Однако если равнодействующая сил $\vec{F}$ постоянна, интервал времени Δt может быть любым.

Изменение скорости равно $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$; следовательно, ускорение $\vec{a} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t}$. Подставляя это выражение в соотношение (3.1), получаем:

$$\frac{m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1}{\Delta t} = \vec{F}. \quad (3.2)$$

Введём новую физическую величину, обозначив её $\vec{p}$,

$$\vec{p} = m\vec{v}. \quad (3.3)$$

Величина $\vec{p}$ называется механическим импульсом тела (материальной точки) или количеством движения.

Импульс материальной точки равен произведению её массы на скорость.

Единица измерения импульса: $[p] = [m] \cdot [v] = \text{кг} \cdot \text{м/с}$.

Из соотношения (3.3) следует, что импульс тела – это векторная величина, направление вектора которой совпадает с направлением скорости. Поскольку скорость относительна, импульс также является относительной величиной, то есть зависит от инерциальной системы отсчёта, относительно которой описывается движение.

6* Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса материальной точки

Подставим в соотношение (3.2) величины $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$ и $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$ – импульсы тела в моменты времени t_1 и t_2 (то есть в начале и в конце промежутка времени Δt):

$$\frac{\vec{p}_2 - \vec{p}_1}{\Delta t} = \vec{F}.$$

Однако разность $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 = \Delta\vec{p}$ представляет собой изменение импульса. Таким образом, получаем выражение

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}, \quad (3.4)$$

которое демонстрирует теорему об изменении механического импульса материальной точки.

Отношение изменения импульса материальной точки к соответствующему промежутку времени равно равнодействующей сил, действующих на эту точку.

Соотношение (3.4) можно представить в виде:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \cdot \Delta t. \quad (3.5)$$

Изменение импульса материальной точки равно импульсу равнодействующей сил, приложенных к материальной точке за соответствующий интервал времени.

Произведение силы на длительность её действия называется импульсом силы; эту величину обозначают $\vec{H}$, то есть:

$$\vec{H} = \vec{F} \cdot \Delta t. \quad (3.6)$$

Единица измерения импульса силы ($\text{Н} \cdot \text{с} = \text{кг} \cdot \text{м/с}$) соответствует единице измерения импульса тела.

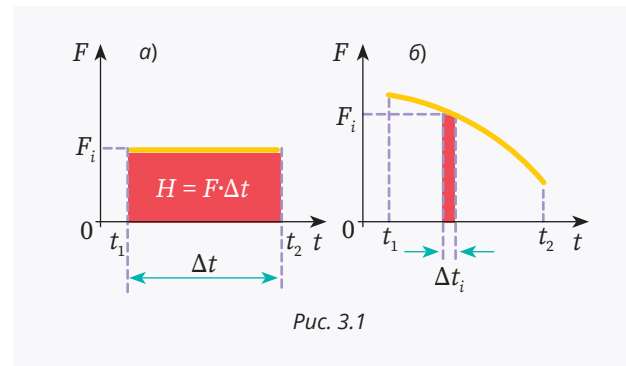
Соотношения (3.4) и (3.5) представляют собой два эквивалентных выражения теоремы об изменении импульса материальной точки.

Из соотношения (3.5) видно, что изменение импульса тела определяется не только величиной приложенной силы, но и длительностью её действия. Таким образом, меньшая сила, действующая в течение длительного времени, может вызвать такое же изменение импульса тела, как и большая сила, действующая в течение более короткого промежутка времени.

Импульс силы можно также определить графическим методом. Предположим, что действующая сила неизменна. Построим график зависимости силы от времени для промежутка времени $\Delta t = t_2 - t_1$, в течение которого она действует (рис. 3.1, а). Заметим, что

импульс силы $F\Delta t = F(t_2 - t_1)$ численно равен площади прямоугольника под прямой графика зависимости силы от времени.

Импульс силы, изменяющейся по величине, но сохраняющей постоянное направление, вычисляется как сумма импульсов этой силы на нескольких малых интервалах времени Δt_i , на которые разбит интервал времени $(t_2 - t_1)$. В пределах малого интервала времени Δt_i изменение силы незначительно, поэтому можно считать, что её значение F_i остаётся неизменным. Импульс силы на этом интервале времени, $F_i \Delta t_i$, численно равен площади узкого участка, близкого по форме к прямоугольнику (рис. 3.1, б). Сумма импульсов силы $F_i \Delta t_i$ соответствует сумме площадей всех прямоугольников под кривой графика зависимости силы от времени.



Импульс силы численно равен площади фигуры, ограниченной кривой графика зависимости силы от времени, осью времени и отрезками, проходящими через крайние точки кривой параллельно оси ординат.

Предположим, что равнодействующая сил $\vec{F}$, приложенных к телу, равна нулю – частный случай изолированного тела, то есть тела, не взаимодействующего с другими телами. Подставив $\vec{F} = 0$ в соотношение (3.4) или (3.5), получим $\Delta\vec{p} = 0$. Изменение импульса равно нулю, а значит, импульс в данном случае не изменяется

$$\vec{p} = \text{const, если } \vec{F} = 0. \quad (3.7)$$

Импульс материальной точки сохраняется, если равнодействующая приложенных к ней сил равна нулю.

Это закон сохранения импульса для материальной точки.

Из закона сохранения импульса (3.7) и определения импульса (3.3) следует, что при скорости $v = \text{const}$ материальная точка движется равномерно и прямолинейно, в том случае, когда равнодействующая приложенных к материальной точке сил равна нулю. Из изложенного следует, что закон сохранения импульса (3.7) согласуется с принципом инерции.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Автомобиль массой $m = 1500$ кг движется со скоростью $v_1 = 9$ м/с. На перекрёстке автомобиль поворачивает на перпендикулярную улицу и увеличивает скорость до $v_2 = 12$ м/с. Определите изменение импульса автомобиля. Каким было бы изменение импульса, если бы автомобиль увеличил скорость, не меняя направления движения?

Решение

Дано:

$$m = 1500 \text{ кг};$$

$$v_1 = 9 \text{ м/с};$$

$$v_2 = 12 \text{ м/с}$$

$$\Delta p = ?, \Delta p' = ?$$

Импульс автомобиля до перекрёстка $\vec{p}_1 = m\vec{v}_1$, а после перекрёстка равен $\vec{p}_2 = m\vec{v}_2$, причём вектор $\vec{p}_2$ перпендикулярен вектору $\vec{p}_1$. Изменение импульса автомобиля равно $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$, или $\vec{p}_2 = \vec{p}_1 + \Delta\vec{p}$. Построим соответствующие векторы (рис. 3.2). Из рисунка видно, что $\Delta p = \sqrt{p_1^2 + p_2^2}$, следовательно, $\Delta p = m\sqrt{v_1^2 + v_2^2}$.

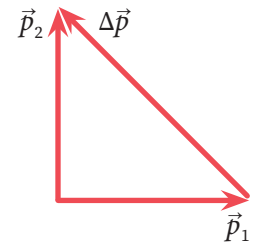


Рис. 3.2

Выполнив вычисления, получаем изменение импульса автомобиля: $\Delta p = 22\,500$ кг · м/с. Если же автомобиль не меняет направления движения, векторы $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ коллинеарны, а изменение импульса: $\Delta p' = p_2 - p_1 = m(v_2 - v_1)$; $\Delta p' = 4\,500$ кг · м/с.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение импульса тела. Как направлен импульс тела?
- 2 Зависит ли импульс тела от выбора системы отсчёта? Приведите примеры.
- 3* Дайте определение импульса силы. Какова единица измерения импульса в СИ?
- 4* Сформулируйте теорему об изменении импульса материальной точки.
- 5 Тележка массой $m_1 = 18$ кг движется со скоростью $v_1 = 6$ м/с, а тележка массой $m_2 = 40$ кг – со скоростью $v_2 = 1,8$ м/с. У какой тележки модуль импульса больше и на сколько?
- 6 Импульсы тел массами $m_1 = 1,8$ кг и $m_2 = 3,2$ кг одинаковы. Какова скорость v_2 второго тела, если скорость первого тела $v_1 = 4,8$ м/с?
- 7* Тело массой $m = 0,4$ кг движется по окружности с постоянной скоростью $v = 1,5$ м/с. Чему равен модуль импульса тела? Определите изменение импульса тела:
 - а за один период обращения;
 - б за половину периода обращения;
 - в за четверть периода обращения;
 - г за одну шестую часть периода обращения.
- 8 Суммарный импульс двух тел массами $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 1$ кг, движущихся по горизонтальной плоскости под прямым углом друг к другу, составляет 15 кг · м/с. Какова скорость второго тела, если скорость первого тела $v_1 = 3$ м/с?
- 9* **ИНЖ** Автомобиль массой $m = 1200$ кг движется по прямолинейному участку дороги со скоростью $v = 15$ м/с. В определённый момент автомобиль начинает тормозить с ускорением $a = 2,5$ м/с². Чему равен импульс автомобиля через промежуток времени $t = 3$ с после начала торможения?
- 10* Импульс тележки равен $p = 120$ кг · м/с. Сколько времени потребуется для остановки тележки под действием средней силы торможения $F_{\text{тр}} = 48$ Н?
- 11 **ИНЖ** В ходе краш-теста автомобиль массой 1500 кг сталкивается со стеной и отскакивает в противоположном направлении вдоль той же линии движения. Скорости автомобиля до и после столкновения составляют 54 км/ч и 9 км/ч соответственно. Зная, что длительность удара составляет $0,15$ с, определите:
 - а изменение импульса автомобиля в результате столкновения;
 - б величину средней силы, действующей на автомобиль во время столкновения.

Теорема об изменении импульса и закон сохранения импульса системы материальных точек

Рассмотрим систему материальных точек. Пусть массы тел – $m_1, m_2, \dots$, а скорости – $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots$, соответственно. Импульсы материальных точек равны $\vec{p}_1 = m_1\vec{v}_1, \vec{p}_2 = m_2\vec{v}_2, \dots$.

Сумма импульсов всех материальных точек, составляющих систему, называется импульсом системы материальных точек:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \dots \quad (3.8)$$

Импульсы $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots$ являются векторными величинами, поэтому сумма в соотношении (3.8) представляет собой векторную сумму.

а Внутренние и внешние силы. Свойство внутренних сил

Материальные точки, составляющие некоторую систему, взаимодействуют как друг с другом, так и с телами, не входящими в систему. Силы, действующие на материальные точки системы, подразделяются на внутренние и внешние силы.

Внутренними силами называются силы взаимодействия между материальными точками, составляющими систему. Силы обозначаются двумя индексами: первый указывает точку, на которую действует сила, а второй – точку, со стороны которой она действует. Например, $\vec{F}_{32}$ – это сила, действующая на материальную точку 3 со стороны материальной точки 2.

Силы взаимодействия между материальными точками системы и телами, находящимися вне системы, называются **внешними силами**. Пусть $\vec{F}_1$ – равнодействующая внешних сил, приложенных к материальной точке 1, $\vec{F}_2$ – равнодействующая внешних сил, действующих на материальную точку 2, и т. д.

Согласно принципу равенства действия и противодействия, силы взаимодействия между любой парой материальных точек системы равны по величине и направлены противоположно вдоль линии действия сил, поэтому сумма всех сил взаимодействия равна нулю. Таким образом, можно утверждать, что

равнодействующая внутренних сил системы материальных точек равна нулю.

Это характерное свойство внутренних сил.

б Теорема об изменении импульса системы материальных точек

Рассмотрим систему, состоящую из двух материальных точек. Обозначим импульсы $\vec{p}_1$ и $\vec{p}_2$ (рис. 3.3). На каждую точку системы действуют внутренние сила и несколько внешних сил, равнодействующая которых показана на рисунке. Исходя из этого, запишем теорему об изменении импульса (3.5) для материальных точек:

$$\begin{aligned} \Delta\vec{p}_1 &= (\vec{F}_1 + \vec{F}_{12})\Delta t, \\ \Delta\vec{p}_2 &= (\vec{F}_2 + \vec{F}_{21})\Delta t. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Выполним сложение соотношений (3.9) с учётом того, что равнодействующая внутренних сил равна нулю. Получим:

$$\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2)\Delta t. \quad (3.10)$$

Поскольку сумма изменений импульсов равна изменению суммы импульсов $\Delta\vec{p}_1 + \Delta\vec{p}_2 = \Delta(\vec{p}_1 + \vec{p}_2) = \Delta\vec{P}$, а $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}$ – равнодействующая внешних сил, приложенных к материальным точкам, перепишем соотношение (3.10) следующим образом:

$$\Delta\vec{P} = \vec{F}\Delta t. \quad (3.11)$$

Соотношение (3.11) является математической формулировкой **теоремы об изменении механического импульса** системы материальных точек.

Изменение механического импульса системы материальных точек равно импульсу результирующей всех внешних сил, действующих на систему.

Теорема приведена для системы двух материальных точек. Учитывая свойство внутренних сил, мы заключаем, что теорема применима к любой системе материальных точек.

Из соотношений (3.9) следует, что внутренние силы могут изменять механический импульс каждой отдельно взятой материальной точки, однако из выражения (3.11) следует, что внутренние силы не могут изменить импульс системы. Иными словами, внутренние силы изменяют

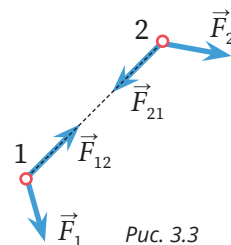


Рис. 3.3

импульсы материальных точек системы, однако сумма этих изменений импульса равна нулю, и не вызывают изменения импульса системы.

В Закон сохранения импульса системы материальных точек

Рассмотрим случай, когда равнодействующая внешних сил, приложенных к системе материальных точек, равна нулю ($\vec{F} = 0$) или когда система является изолированной. В этом случае из (3.11) следует, что изменение механического импульса самой системы также равно нулю ($\Delta\vec{P} = 0$), это означает, что $\vec{P} = \text{const}$.

Получаем **закон сохранения механического импульса для системы материальных точек**.

Импульс системы материальных точек сохраняется с течением времени, если равнодействующая внешних сил, приложенных к системе, равна нулю:

$$\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots = \text{const.} \quad (3.12)$$

Закон сохранения механического импульса – это фундаментальный закон природы.

Закон применим и в том случае, когда равнодействующая внешних сил отлична от нуля, при условии, что внутри системы действуют силы, которые значительно превосходят по величине внешние. За некоторый промежуток времени внешние силы не оказывают существенного влияния на суммарный импульс системы материальных точек, тогда как внутренние силы значительно изменяют импульсы отдельных материальных точек, входящих в систему. Иными словами, несмотря на то что изменения импульсов материальных точек за малый интервал времени Δt весьма велики, сумма импульсов приблизительно равна нулю.

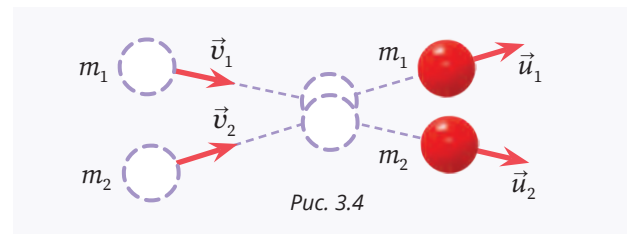
Примером таких ситуаций могут служить столкновения тел. Суммарный импульс тел до столкновения равен суммарному импульсу тел после столкновения. Рассмотрим тела массами m_1 и m_2 , движущиеся до столкновения со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$, а после столкновения – со скоростями $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ (рис. 3.4).

Закон сохранения импульса для описанного столкновения представляем в виде:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2. \quad (3.13)$$

Г Неупругие/пластические соударения тел

Особым видом взаимодействия тел является **пластическое** (или **неупругое**) столкновение тел, при котором соприкасающиеся тела слипаются (соединяются), образуя единое тело. Примерами



могут служить мальчик, который на бегу запрыгивает в тележку, сцепление двух железнодорожных вагонов или два шарика из пластилина, слипающиеся в одно тело при соударении. Масса образованного тела m равна сумме масс тел до столкновения $m = m_1 + m_2$, а его скорость после столкновения становится равной u .

Таким образом, для пластических столкновений уравнение (3.13) принимает вид:

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u},$$

откуда следует:

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.14)$$

Обратным по отношению к пластическому соударению является процесс быстрого разлёта фрагментов тела под действием внутренних сил (рис. 3.5).

Проанализируем конкретный случай применения закона сохранения импульса. Представим охотничье ружьё, находящееся в покое ($v = 0$) в момент выстрела. Пусть m_1 и m_2 – массы пули и ружья соответственно; u_1 – скорость движения пули после выстрела, а u_2 – скорость движения ружья (скорость отдачи).

Внезапное движение тела в противоположном направлении в ответ на движение другого тела (или на отделение его части) называется отдачей (или откатом).

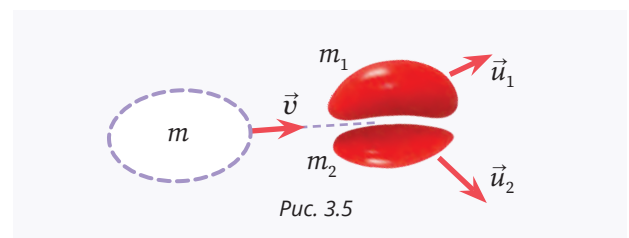
Уравнение (3.13) принимает вид:

$$0 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2,$$

откуда определяем скорость отдачи ружья:

$$\vec{u}_2 = - \frac{m_1 \vec{u}_1}{m_2}. \quad (3.15)$$

Скорость отдачи охотничьего ружья направлена противоположно скорости, приобретённой пулей, и меньше скорости пули во столько раз, во сколько масса ружья превышает массу пули.



Отметим, что в некоторых случаях сохраняются только проекции механического импульса на некоторые направления. Например, рассмотрим систему материальных точек в ограниченной области вблизи Земли, где ускорение свободного падения $g = \text{const}$. Результирующая внешних сил – это только силы тяготения, направлена вертикально вниз и проекции на любое горизонтальное направление равны нулю. Из соотношения (3.11) следует что сохраняется только проекция механического импульса системы на любое горизонтальное направление, но на любых других направлениях она не сохраняется.

Д Реактивное движение

Движение, возникающее при отделении от тела некоторой его части с определённой скоростью, противоположной движению, называется реактивным движением.

Реактивное движение обусловлено действием внутренних сил, которые разделяют тело на части и придают полученным частям определённую скорость. Внутренние силы не изменяют импульс всей системы тел, поэтому изменение импульса основной части тела и изменение импульса отделившихся частей равны по величине и направлены в противоположные стороны. В результате часть тела движется в направлении, противоположном скорости отделившихся от неё частей.

Простой пример реактивного движения наблюдаем, когда надуваем воздушный шар и отпускаем его, не завязывая отверстие: воздух из шара выходит, и шар движется в противоположном направлении. Некоторые живые существа используют принцип реактивного движения для перемещений. Например, кальмары и осьминоги, периодически выпуская струи воды, развивают скорость до $60 \div 70$ км/ч.

Рассмотрим космическую ракету (рис. 3.6). В передней части ракеты 1 размещена полезная нагрузка – научное оборудование, космонавты и всё необходимое для обеспечения их жизнедеятельности. В центральной части 2 находятся запасы топлива и окислителя, предназначенные для поддержания горения. В задней части предусмотрена камера сгорания 3, в которой



Рис. 3.6

сгорает топливо, и образующиеся газы высокой температуры и давления вырываются с большой скоростью.

Допустим, что газы, образовавшиеся в результате сгорания топлива, истекают из ракеты мгновенно, а не постепенно, как это происходит в действительности. Пусть m_p – полезная масса ракеты (после выпуска газов), m_r – масса истекающих газов, v_p – скорость, приобретённая ракетой, а v_r – скорость истекающих газов; скорости определены относительно системы отсчёта, связанной с Землёй. В начальный момент времени ракета покоится на Земле, поэтому импульс ракеты с топливом равен нулю. Предположим, что время выпуска газов достаточно мало, тогда импульсом силы тяжести можно пренебречь по сравнению с импульсами внутренних сил. В этом случае механический импульс системы, состоящей из корпуса ракеты и истекающих газов, сохраняется – то есть импульс системы остаётся равным нулю:

$$0 = m_p \vec{v}_p + m_r \vec{v}_r.$$

Отсюда выразим скорость ракеты:

$$\vec{v}_p = - \frac{m_r}{m_p} \cdot \vec{v}_r. \quad (3.16)$$

Знак «минус» указывает на то, что скорость ракеты $\vec{v}_p$ направлена противоположно скорости $\vec{v}_r$ истечения газов. Из формулы (3.16) видно, что скорость ракеты можно увеличить двумя способами: путём увеличения отношения массы истекающих газов к массе полезной нагрузки ракеты или за счёт повышения скорости выпуска газов. В результате сгорания топлива скорость выпуска газов может достигать примерно 4000 м/с. Для увеличения отношения массы истекающих газов к массе полезной нагрузки ракету делают многоступенчатой: по мере выгорания топлива содержащие его ступени сбрасываются, что уменьшает массу ракеты и приводит к быстрому росту скорости ракеты.

Полезно знать

Вторая половина XX века ознаменовалась выдающимися успехами в ракетостроении – запуском космических аппаратов и орбитальных станций. 4 октября 1957 года Советский Союз вывел на орбиту первый искусственный спутник Земли, а 12 апреля 1961 года Юрий Гагарин на борту космического корабля «Восток» совершил первый виток вокруг нашей планеты. В июле 1969 года американские астронавты Нил Армстронг и Эдвин Олдрин впервые ступили на поверхность Луны, где провели 21 час 36 минут, в это же время их коллега Майкл Коллинз находился на

лунной орбите на борту космического корабля «Аполлон-11». Космические аппараты запускались не только на околоземную орбиту и к естественному спутнику Земли – Луне, но и к другим планетам Солнечной системы: от ближайших к нам планет – Венеры и Марса, до более удалённых Урана и Нептуна. С 1998 года на орбите Земли находится Международная космическая станция, объединившая в рамках единой международной программы пять крупных космических агентств – NASA (США), Роскосмос (Россия), ЕКА (объединение более двадцати европейских стран), JAXA (Япония) и CSA (Канада). Первые астронавты прибыли на станцию 2 ноября 2000 года, и с тех пор она постоянно обитаема: на ней работают астронавты и космонавты из самых разных стран мира.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Надуйте небольшой воздушный шарик и отпустите его, не завязывая. Объясните характер движения шарика после того, как его отпустили.
- ▶ Два тела, одно из которых первоначально покоится, сталкиваются. Могут ли оба тела оставаться в состоянии покоя после столкновения? А может ли покоиться только одно из них? Поясните ответ.
- ▶ Шарик из пластилина массой m бросают в кирпичную стену со скоростью v . Пластилин прилипает к стене и останавливается. Выполняется ли в данном случае закон сохранения импульса?

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Могут ли внутренние силы изменить импульс системы материальных частиц? Обоснуйте свой ответ.
- 2 Сформулируйте условие, при котором импульс системы материальных частиц сохраняется.
- 3 Почему ракетный двигатель сохраняет способность ускорять корабль в вакууме, несмотря на отсутствие внешней среды для опоры?
- 4 Ученик решил усовершенствовать парусную лодку. Он установил воздушный насос и аккумулятор для питания насоса. В каком направлении следует направить струю воздуха из насоса, чтобы увеличить скорость лодки?
- 5 Тележка массой $m_1 = 20$ кг движется прямолинейно со скоростью $v_1 = 2,8$ м/с по горизонтальной поверхности. В определённый момент на неё вертикально сбрасывают мешок массой $m_2 = 50$ кг. Какова будет скорость тележки с мешком?
- 6 Ученица массой $m_1 = 50$ кг бежит со скоростью $v_1 = 6$ м/с, догоняет тележку массой $m_2 = 30$ кг, движущуюся со скоростью $v_2 = 2$ м/с, и запрыгивает на тележку. Определите скорость тележки вместе с ученицей.
- 7 Масса небольшой лодки и находящегося в ней охотника составляет $m = 180$ кг. Из неподвижной лодки охотник производит выстрел в горизонтальном направлении. Какова скорость отдачи лодки с охотником, если масса пули $m = 0,01$ кг и скорость вылета пули из ружья $v = 900$ м/с?
- 8 Два пластилиновых шарика массами, равными $m_1 = 0,3$ кг и $m_2 = 0,2$ кг соответственно, движутся со скоростями $v_1 = 8$ м/с и $v_2 = 16$ м/с перпендикулярно друг другу по гладкому горизонтальному столу. Определите скорость тела, образованного в результате неупругого столкновения шариков, и угол β между направлением скорости образованного тела и вектором скорости $\vec{v}_1$.
- 9 Тело массой m в высшей точке траектории движения (где его скорость составляла $v = 20$ м/с) разделилось на два осколка массами $m_1 = 0,4m$ и $m_2 = 0,6m$. Определите скорости осколков сразу после разделения, зная, что в этот момент скорость осколка меньшей массы направлена под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту, а скорость второго осколка – вертикально вниз.
- 10 **БИО** Кальмары перемещаются с довольно высокими скоростями, набирая воду, а затем выпуская её в виде струи. Какую скорость разовьёт первоначально покоившийся кальмар массой 2,5 кг, если он наберёт 0,5 кг воды и выпустит её со скоростью 4,5 м/с? Силами сопротивления, действующими на кальмара, пренебречь.
- 11 **ИНЖ** Масса космической ракеты вместе с топливом составляет $m = 4 \cdot 10^5$ кг. Определите суммарную массу топлива и окислителя, которую необходимо израсходовать для разгона ракеты до первой космической скорости $v = 7,9 \cdot 10^3$ м/с, если продукты сгорания истекают из ракеты со скоростью $u = 3,5 \cdot 10^3$ м/с. Предположим, для простоты решения задачи, что сгорание топлива и выпуск газов которые в реальности произойдут постепенно, происходят мгновенно.

Механическая работа. Механическая мощность

а Механическая работа постоянной силы

Рассмотрим тело в форме прямоугольного параллелепипеда, находящееся на горизонтальной поверхности. Предположим, что тело движется прямолинейно вдоль горизонтально направленной постоянной силы $\vec{F}$, приложенной к нему. Если пройденный путь (модуль вектора перемещения) равен s , то в процессе движения тела сила $\vec{F}$ совершила механическую работу, равную

$$L = F \cdot s. \quad (3.17)$$

Выражение для механической работы, совершаемой постоянной силой знакомо вам из курса 7 класса.

В соответствии с определением, один джоуль (1 Дж) – это единица измерения механической работы, совершаемой постоянной силой величиной 1 Н при перемещении точки приложения силы на 1 м вдоль линии и в направлении действия этой силы. $[L] = [F] \cdot [s] = \text{Н} \cdot \text{м} = \text{Дж}$.

Сила может быть направлена под произвольным углом к перемещению тела (рис. 3.7). Если сила $\vec{F}$ постоянна, а само перемещение $\vec{s}$ прямолинейно, то угол α между ними также остаётся неизменным. В этом случае механическая работа на участке пути s определяется соотношением:

$$L = Fs \cdot \cos \alpha. \quad (3.18)$$

Работа, совершаемая постоянной силой при прямолинейном движении тела – это скалярная физическая величина, равная произведению модуля силы, расстояния, на которое переместилась точка приложения силы, и косинуса угла между вектором силы и вектором перемещения.

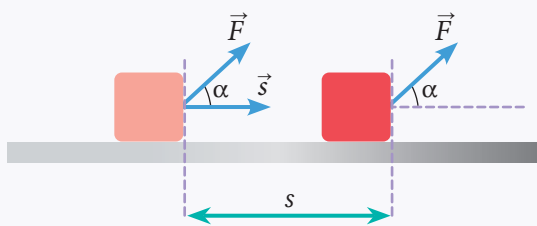


Рис. 3.7

Проанализируем формулу (3.18). Для углов $0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$ между направлением вектора силы $\vec{F}$ и вектора перемещения $\vec{s}$ (рис. 3.8, а) множитель $\cos \alpha > 0$; следовательно, механическая работа положительна. Силы, совершающие положительную работу, называют **движущими силами**, а их работа – **движущей** или **активной работой**. Если угол $\alpha = \frac{\pi}{2}$ (рис. 3.8, б), то $\cos \alpha = 0$, и механическая работа, совершаемая силой, равна нулю. Однако если $\frac{\pi}{2} < \alpha \leq \pi$, то $\cos \alpha < 0$, и механическая работа отрицательна (рис. 3.8, в). Силы, совершающие отрицательную работу, называются **силами сопротивления/трения**, а их работа – **работой сил сопротивления/трения**.

Рассмотрим пример: движение небольших саней по горизонтальной плоскости (рис. 3.9). На сани действуют сила тяги $\vec{F}_{\text{тяги}}$, сила тяжести $\vec{G}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$ и сила трения $\vec{F}_{\text{тр}}$. Механическая работа, совершаемая силой тяги, положительна (угол α_1 острый), работа силы трения отрицательна (угол $\alpha_4 = \pi$), а механическая работа, совершаемая силой тяжести и силой нормальной реакции опоры, равна нулю (углы $\alpha_2 = \alpha_3 = \frac{\pi}{2}$).

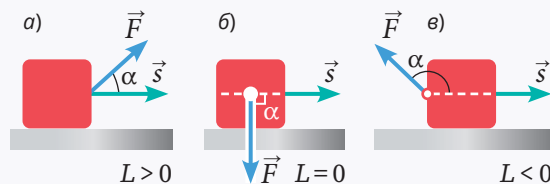


Рис. 3.8

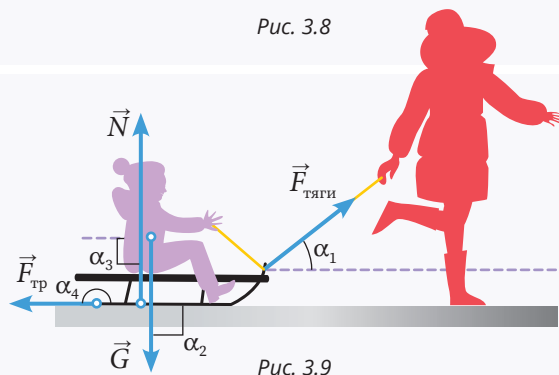


Рис. 3.9



Джеймс ПРЕСКОТТ ДЖОУЛЬ (1818–1889), английский физик

Джеймс Джоуль, исследовавший тепловое действие электрического тока, в 1841 году установил независимо от Эмилия Ленца закон, определяющий количество теплоты, выделяющейся в проводнике при прохождении по нему электрического тока (закон Джоуля–Ленца). Джеймс Джоуль внёс вклад в обоснование закона сохранения и превращения энергии, исследовал преобразование механической работы в теплоту и наоборот, а также экспериментально определил механический эквивалент теплоты (1843 г.). Он установил, что внутренняя энергия газов при умеренных давлениях и постоянной температуре не зависит от объёма (закон Джоуля).

Выражение (3.18) для механической работы можно выразить по-другому. Величина $F \cdot \cos \alpha$ представляет собой проекцию силы $\vec{F}$ на направление перемещения $\vec{s}$, т. е. $F \cdot \cos \alpha = F_s$. Формула (3.18) принимает вид:

$$L = F_s \cdot s. \quad (3.19)$$

В векторной алгебре скалярное произведение двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ определяется как скалярная величина c , равная произведению модулей перемножаемых векторов на косинус угла α между ними:

$$c = (\vec{a} \cdot \vec{b}) = ab \cos \alpha. \quad (3.20)$$

Применив определение скалярного произведения к выражению (3.18), получаем:

$$L = (\vec{F} \cdot \vec{s}). \quad (3.21)$$

Механическую работу можно определить графическим методом. Построим график зависимости проекции F_s от координаты x – точки приложения силы $\vec{F}$, направив ось Ox вдоль вектора перемещения $\vec{s}$. Предположим, что проекция F_s постоянна и положительна. Соответствующий график показан на рисунке 3.10, а. Величина перемещения точки приложения силы равна $s = x_2 - x_1$. Из рисунка, очевидно, что работа, совершаемая постоянной силой $\vec{F}$ при прямолинейном перемещении $\vec{s}$, численно равна площади прямоугольника, ограниченного прямой графика проекции F_s , осью Ox и отрезками,

параллельными оси Oy и проходящими через точки с координатами x_1 и x_2 . Можно показать, что работа силы, изменяющейся в зависимости от координаты точки её приложения (рис. 3.10, б), также численно равна площади фигуры под графиком проекции F_s .

Из сказанного выше следует, что работа, совершаемая данной силой, зависит как от начального и конечного положений движущегося тела, так и от формы траектории, по которой оно перемещается между этими положениями. Физические величины, обладающие таким свойством, называются **функциями процесса** (величинами, характеризующими процесс). Следовательно, механическая работа является **функцией процесса**, то есть величиной, характеризующей процесс.

6 Механическая мощность

При введении понятия механической работы не учитывался промежуток времени, в течение которого работа совершалась. Однако, одна и та же механическая работа может быть совершена за разные промежутки времени.

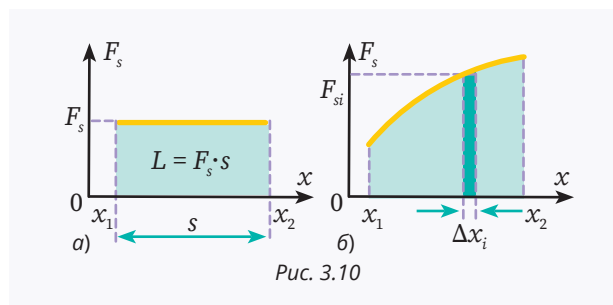
Для характеристики быстроты совершения работы используется понятие **механической мощности**, или просто **мощности**. Пусть L – механическая работа, совершённая за промежуток времени Δt .

Физическая величина, равная отношению механической работы к промежутку времени, в течение которого она была совершена, называется средней мощностью.

$$P_{\text{ср}} = \frac{L}{\Delta t}. \quad (3.22)$$

Из соотношения (3.22) устанавливаем единицу измерения мощности:

$$[P] = \frac{[L]}{[\Delta t]} = \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = \text{Вт}.$$



1 ватт (Вт) – это мощность физической системы, совершающей механическую работу 1 джоуль за одну секунду.

Несмотря на повсеместное внедрение СИ, для характеристики двигателей внутреннего сгорания до сих пор применяется внесистемная единица измерения мощности – лошадиная сила: 1 л. с. $\approx$ 736 Вт. Мощность обычных автомобилей варьируется от 40 до 200 л. с., тогда как у гоночных машин она может достигать 1000 л. с.

В энергетике для измерения механической работы используется единица измерения, производная от мощности – **киловатт-час** (кВт·ч):

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Вт} \cdot \text{с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Подставив выражение для механической работы (3.21) в определение средней мощности, полу-

чаем: $P_{\text{ср}} = \frac{(\vec{F} \cdot \vec{s})}{\Delta t}$. Однако отношение перемещения к интервалу времени представляет собой среднюю скорость: $\vec{v}_{\text{ср}} = \frac{\vec{s}}{\Delta t}$. Таким образом, выражение для средней мощности можно также записать в виде:

$$P_{\text{ср}} = (\vec{F} \cdot \vec{v}_{\text{ср}}). \quad (3.23)$$

При рассмотрении очень малого промежутка времени Δt средние значения переходят в мгновенные:

$$P = (\vec{F} \cdot \vec{v}). \quad (3.24)$$

Мгновенная мощность равна скалярному произведению силы $\vec{F}$ и скорости $\vec{v}$ точки приложения силы в данный момент времени.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните, в каком случае механическая работа выражается формулой $L = F \cdot s$.
- 2 Как определяется механическая работа постоянной силы, направленной под произвольным углом к вектору перемещения? В каком случае (при каких углах) действующая сила совершает отрицательную работу?
- 3 Дайте определение средней мощности.
- 4 Какое математическое выражение используется для вычисления мгновенной мощности?
- 5 Назовите единицу измерения мощности в СИ. Как она выражается через основные единицы измерения СИ?
- 6 Для перемещения ящика на расстояние $s = 15$ м ученику потребовалось совершить механическую работу $L = 420$ Дж. Определите величину силы, приложенной к ящику в горизонтальном направлении.
- 7 Ребёнок тянет санки с постоянной скоростью по прямолинейной горизонтальной дороге за верёвку, расположенную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Сила натяжения верёвки составляет $T = 28$ Н, а скорость санок $v = 1,5$ м/с. Какую механическую работу совершит ребёнок за промежуток времени $t = 20$ с?
- 8 Рыбак идёт вдоль берега против течения реки и тянет лодку с помощью верёвки. Под каким углом к направлению движения лодки расположена верёвка, если сила натяжения составляет $T = 200$ Н, а механическая работа, совершённая рыбаком при перемещении лодки на расстояние $s = 8$ м, равна $L = 800\sqrt{3}$ Дж?
- 9 Для перемещения тела массой $m = 3$ кг по гладкой горизонтальной поверхности на расстояние $s = 4,8$ м была совершена работа $L = 36$ Дж. Определите ускорение, с которым двигалось тело.
- 10 Тело массой $m = 4$ кг движется прямолинейно и равномерно под действием постоянной силы F , направленной под $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. Определите коэффициент трения между телом и горизонтальной поверхностью, по которой тело движется, если известно, что работа, совершённая действующей силой на пути $s = 6$ м, составляет $L = 48$ Дж. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².
- 11 **ИНЖ** Определите мощность двигателя, совершающего работу $L = 270$ кДж за промежуток времени $t = 30$ мин.
- 12 **ИНЖ** Мощность двигателя мотоцикла составляет $P = 10,8$ кВт. Какова скорость мотоцикла, если развиваемая двигателем сила тяги равна $F = 270$ Н?
- 13 **БИО** Сердце человека работает как насос, перекачивая около 7500 л крови в сутки. Приравняв работу сердца к работе, необходимой для подъёма перекачиваемого объёма крови на высоту, равную среднему росту ученицы старших классов (примерно 1,65 м), и принимая ускорение свободного падения равным 10 м/с², определите:
 - а работу, совершаемую сердцем за сутки (плотность крови – 1050 кг/м³);
 - б мощность, развиваемую сердцем при перекачивании крови.
- 14 **ИНЖ** Автомобиль массой 2500 кг движется вверх по склону со скоростью 36 км/ч. Двигатель автомобиля развивает мощность $P = 150$ кВт. Определите угол наклона дороги, если сила сопротивления движению составляет $k = 10\%$ от силы тяжести автомобиля. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

Кинетическая энергия.

Теорема об изменении кинетической энергии

а Кинетическая энергия. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки

Рассмотрим материальную точку (точечное тело) массой m , на которую действуют несколько постоянных сил. Пусть $\vec{F}$ – равнодействующая сил, $\vec{a}$ – ускорение, сообщаемое равнодействующей сил. В соответствии с основным законом динамики (2.6): $\vec{F} = m\vec{a}$. Предположим, что материальная точка движется прямолинейно в направлении ускорения. Тогда работа силы $\vec{F}$ на участке перемещения $\vec{s}$ между начальным положением 1 и конечным положением 2 равна:

$$L_{12} = \vec{F} \cdot \vec{s} = ma \cdot s. \quad (3.25)$$

Сила $\vec{F}$ постоянна, следовательно, постоянно и ускорение $\vec{a}$, значит, тело движется равноускоренно. Согласно формуле Галилея (1.38), получаем:

$$as = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}, \quad (3.26)$$

где v_1 и v_2 – скорости тела в начале и в конце перемещения $\vec{s}$.

Подставляя (3.26) в (3.25), получаем

$$L_{12} = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}. \quad (3.27)$$

Введём новую физическую величину – **кинетическую энергию**:

$$E_k = \frac{mv^2}{2}. \quad (3.28)$$

Кинетическая энергия – это скалярная величина, равная половине произведения массы материальной точки на квадрат её скорости.

Это выражение для кинетической энергии (под названием «живая сила») было введено в 1829 году французским инженером и физиком Гаспаром-Гюставом де Кориолисом (1792–1843).

Соотношение (3.27) можно представить в виде:

$$L_{12} = E_{k2} - E_{k1} \quad (3.29)$$

или

$$L_{12} = \Delta E_k, \quad (3.30)$$

где изменение кинетической энергии равно:

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}. \quad (3.31)$$

Из соотношения (3.28) следует, что кинетическая энергия определяется скоростью материальной точки в данный момент времени. Величины, значения которых определяются механическим

состоянием материальной точки (её положением и скоростью), называются **функциями состояния**. Таким образом, кинетическая энергия – это функция состояния.

Отметим, что **кинетическая энергия не может принимать отрицательных значений** ($E_k \geq 0$). Кинетическая энергия покоящейся материальной точки ($v = 0$) равна нулю.

Кинетическая энергия выражается через скорость, которая является относительной величиной. Следовательно, **кинетическая энергия – это относительная физическая величина**. Например, кинетическая энергия пассажира, сидящего в движущемся транспортном средстве, равна нулю относительно самого транспортного средства, но отлична от нуля относительно Земли.

Из формулы (3.29) следует, что единица измерения кинетической энергии и механической работы одна и та же – $[E_k] = \text{Дж}$.

Уравнение (3.29), связывающее механическую работу и кинетическую энергию, представляет собой **теорему об изменении кинетической энергии материальной точки**.

Изменение кинетической энергии материальной точки равно работе равнодействующей всех сил, действующих на рассматриваемом перемещении.

Для тела, находившегося в состоянии покоя, $E_{k1} = 0$. Из уравнения (3.29) следует, что $E_{k2} = L_{12}$; иными словами, кинетическая энергия тела равна работе, совершённой внешними силами над телом, которое изначально покоилось, для увеличения его скорости до значения v .

И наоборот, тела, обладающие кинетической энергией, могут совершать механическую работу, максимальное значение которой равно кинетической энергии. Например, движущиеся массы воздуха (ветер) приводят в движение ветряные мельницы, ветроэнергетические установки и парусные суда. При достаточно высоких скоростях (и, следовательно, большой кинетической энергии, как в случае ураганов) они причиняют значительный ущерб, повреждают или даже разрушают различные постройки, выкорчёвывают деревья, обрывают линии электропередач и т. д.

6* Теорема об изменении кинетической энергии системы материальных точек

Описанные выше примеры можно обобщить на случай системы материальных точек. Кинетическая энергия системы материальных точек определяется как сумма кинетических энергий всех составляющих её материальных точек:

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} + \dots = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \dots,$$

где $m_1, m_2, \dots$ – массы, а $v_1, v_2, \dots$ – скорости материальных точек.

Теорема об изменении кинетической энергии (3.29) справедлива и для системы материальных точек. Это можно показать, используя приём, аналогичный тому, что применялся при выводе теоремы изменения механического импульса (3.11). Записав соотношение (3.29) для каждой материальной точки системы и просуммировав соответствующие члены этих соотношений, мы обнаружим, что изменение кинетической энергии системы материальных точек равно сумме работ внешних и внутренних сил, действующих на материальные точки системы, вдоль соответствующих перемещений.

Рассматривая теорему изменения импульса системы материальных точек, мы установили, что внутренние силы не могут изменить его. Поскольку перемещение материальных точек системы сонаправлено действующим на них внутренним силам, работа, совершаемая каждой из этих сил, положительна и суммарная работа внутренних сил отлична от нуля. Следовательно, **теорема об изменении**

кинетической энергии системы материальных точек формулируется следующим образом:

Изменение кинетической энергии системы материальных точек равно сумме работ всех действующих в ней сил (внешних и внутренних) действующих в системе, на соответствующих перемещениях.

В п. 3.2 приведены примеры применения закона сохранения импульса к случаю неупругого соударения двух тел массами m_1 и m_2 , движущихся со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ до столкновения. В этом случае сталкивающиеся тела образуют единое тело массой, равной сумме их масс (то есть $m_1 + m_2$), и для скорости $\vec{u}$ тела, образовавшегося в результате удара, получено соотношение (3.14):

$$\vec{u} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.32)$$

Рассмотрим неупругий удар тел с энергетической точки зрения. Для этого определим изменение кинетической энергии тел:

$$\Delta E_k = \frac{(m_1 + m_2)u^2}{2} - \left(\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \right).$$

Подставив выражение (3.32) для скорости $\vec{u}$ в ΔE_k и выполнив очевидные алгебраические преобразования, получаем:

$$\Delta E_k = - \frac{m_1 m_2 (\vec{v}_1 - \vec{v}_2)^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (3.33)$$

Заметим, что в результате неупругого соударения тел кинетическая энергия уменьшается, так как часть энергии превратилась во внутреннюю (тепловую) энергию.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

- 1 Шар массой 0,4 кг бросают со скоростью 5 м/с под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту (рис. 3.11); шар попадает в ящик с песком и застревает в нём. Масса ящика с песком – 4,6 кг, и ящик находится на поверхности льда. Коэффициент трения между ящиком и льдом $\mu = 0,03$. Какое расстояние пройдёт ящик (вместе с шаром) до полной остановки? Принять ускорение свободного падения равным $g = 10 \text{ м/с}^2$.

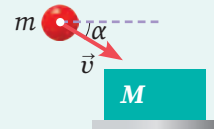


Рис. 3.11

Решение

Дано:

$m = 0,4 \text{ кг};$
 $v = 5 \text{ м/с};$
 $\alpha = 30^\circ;$
 $M = 4,6 \text{ кг};$
 $\mu = 0,03;$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$
 $s = ?$

Согласно закону сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление, $mv \cos \alpha = (M + m)u$, откуда находим скорость u ящика с шаром: $u = \frac{mv \cos \alpha}{M + m}$. Кинетическая энергия системы «ящик – шар», $E_{k1} = \frac{(M+m)u^2}{2}$, расходуется на совершение работы против силы трения: $L_{12} = -\mu (M + m) g \cdot s$. На основании теоремы об изменении кинетической энергии (3.29) для расстояния s , пройденного ящиком до полной остановки (когда $E_{k2} = 0$), получаем: $-\mu (M + m) g \cdot s = 0 - \frac{(M + m)u^2}{2}$, откуда $s = \frac{u^2}{2\mu g} = \frac{m^2 v^2 \cos^2 \alpha}{2\mu g (M + m)^2} = 0,20 \text{ м} = 20 \text{ см}$.

- 2 Тело массой $m = 0,16$ кг движется по гладкой горизонтальной поверхности со скоростью $v_0 = 5$ м/с. Чему равна кинетическая энергия тела после того, как на него подействовала сила $F = 6$ Н на пути $s = 0,5$ м, причём сила действовала в том же направлении, что и скорость v_0 ?

Решение

Дано:

$m = 0,16$ кг;
 $v_0 = 5$ м/с;
 $F = 6$ Н;
 $s = 0,5$ м
 $E_{k2} = ?$

Используя теорему об изменении кинетической энергии материальной точки $L_{12} = E_{k2} - E_{k1}$, выразим искомую величину: $E_{k2} = E_{k1} + L_{12}$. Здесь начальная кинетическая энергия равна $E_{k1} = \frac{mv_0^2}{2}$, а работа при прямолинейном перемещении в направлении действия силы составляет $L_{12} = F \cdot s$. Получаем $E_{k2} = \frac{mv_0^2}{2} + F \cdot s$; $E_{k2} = 5$ Дж.

Проанализируйте и примените!

- ▶ На бильярдном столе находятся два шара одинакового диаметра, но разной массы. Как определить, какой из шаров обладает большей массой, не используя измерительные приборы?
- ▶ Могут ли внутренние силы изменять кинетическую энергию системы материальных точек? Приведите примеры.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение кинетической энергии материальной точки и системы материальных точек.
- 2 Какие физические величины называют функциями состояния? Является ли кинетическая энергия функцией состояния? Обоснуйте свой ответ.
- 3 Зависит ли кинетическая энергия от выбора системы отсчёта? Приведите примеры, отличные от тех, что приведены в тексте.
- 4 Сформулируйте теорему об изменении кинетической энергии.
- 5 Поясните физический смысл кинетической энергии, опираясь на теорему об изменении кинетической энергии.
- 6 Кинетическая энергия тела составляет $E_k = 9$ Дж при скорости $v = 15$ м/с. Определите массу тела.
- 7 **ИНЖ** Во сколько раз кинетическая энергия легкового автомобиля массой $m_1 = 1500$ кг, движущегося со скоростью $v_1 = 120$ км/ч, больше кинетической энергии грузовика массой $m_2 = 4800$ кг, движущегося со скоростью $v_2 = 60$ км/ч?
- 8 Кинетическая энергия тела составляет $E_{k1} = 14,4$ Дж при движении со скоростью $v_1 = 6$ м/с. Чему равна кинетическая энергия этого тела при движении со скоростью $v_2 = 10$ м/с?
- 9 Тело массой $m_1 = 0,10$ кг при скорости $v_1 = 8$ м/с обладает такой же кинетической энергией, что и тело, движущееся со скоростью $v_2 = 5$ м/с. Определите массу второго тела.
- 10 **БИО** Спортсмен массой 60 кг может разогнаться из состояния покоя до скорости 10 м/с за 3 с. За тот же промежуток времени борзая (порода собак) массой 25 кг разгоняется из состояния покоя до скорости 20 м/с. Определите среднюю мощность, развиваемую спортсменом и борзой.
- 11 На покоящееся тело действует постоянная сила. Какова величина этой силы, если после прохождения расстояния $s = 3$ м кинетическая энергия тела равна $E_k = 42$ Дж?
- 12 **ИНЖ** Определите работу, необходимую для увеличения скорости автомобиля массой $m = 1600$ кг на $\Delta v = 18$ км/ч: а) от 18 км/ч до 36 км/ч; б) от 36 км/ч до 54 км/ч. Объясните полученные результаты.
- 13* Несколько одинаковых досок расположены параллельно на небольшом расстоянии одна от другой. Из ружья производится выстрел в направлении, перпендикулярном доскам. Скорость пули при вылете из первой доски составляет $v_1 = 0,8v_0$, где v_0 – начальная скорость пули. Определите, в какой из досок пуля застревает.
- 14* Два пластилиновых шарика массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 300$ г соответственно, двигаясь горизонтально по прямой навстречу друг другу со скоростями $v_1 = 7$ м/с и $v_2 = 5$ м/с, сталкиваются. Как и на сколько изменится энергия шариков?

3.5

Консервативные силы. Работа силы тяжести. Потенциальная энергия тела в поле гравитационных сил

а Сила тяжести – консервативная сила. Работа силы тяжести

Рассмотрим материальную точку массой m , движущуюся в ограниченной области пространства вблизи поверхности Земли. Размеры этой области много меньше радиуса Земли; в её пределах ускорение свободного падения $\vec{g}$, а следовательно, и сила тяжести $\vec{G} = m\vec{g}$ остаются постоянными.

Силовое поле, в котором сила, действующая на материальную точку, остаётся постоянной, называется однородным полем.

Предположим, что материальная точка (точечное тело) массой m перемещается в однородном поле тяготения Земли из положения 1 в положение 2 (рис. 3.12). Обозначим h_1 и h_2 высоту положений тела относительно произвольно выбранного горизонтального уровня отсчёта (нулевого уровня).

Определим работу силы тяжести, совершаемую при перемещении тела по прямолинейному отрезку, соединяющему положения 1 и 2. Пусть l – длина отрезка, соединяющего положения 1 и 2. Сила тяжести образует угол β с направлением перемещения (рис. 3.12); следовательно, совершённая работа равна $L_{12} = mg \cdot l \cos \beta$. Как видно из рисунка, $l \cdot \cos \beta = h_1 - h_2$. Получаем:

$$L_{12} = mg(h_1 - h_2). \quad (3.34)$$

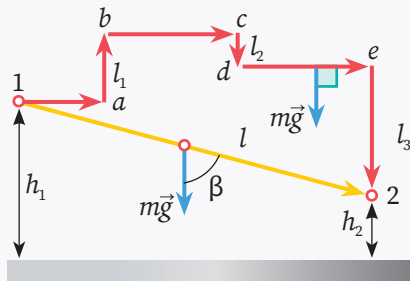


Рис. 3.12

Вычислим работу силы тяжести при перемещении материальной точки между теми же положениями, но по другой траектории. Будем считать, что траектория, $1abcde2$ (рис. 3.12) состоит из горизонтальных и вертикальных участков. Работа L'_{12} , совершаемая силой тяжести на этой траектории, равна сумме работ на отдельных составляющих её участках:

$$L'_{12} = L_{1a} + L_{ab} + L_{bc} + L_{cd} + L_{de} + L_{e2}.$$

Горизонтальные участки перпендикулярны направлению силы тяжести, поэтому работа на таких участках равна нулю: $L_{1a} = L_{bc} = L_{de} = 0$. Следовательно:

$$L'_{12} = L_{ab} + L_{cd} + L_{e2}.$$

Обозначим длины вертикальных участков l_1 , l_2 и l_3 , как показано на рисунке 3.12. На участке ab тело движется в направлении, противоположном действию силы тяжести (работа отрицательна), тогда как на участках cd и $e2$ оно движется в направлении действия силы тяжести (работа положительна). Таким образом, для работы L'_{12} получаем:

$$L'_{12} = -mg \cdot l_1 + mg \cdot l_2 + mg \cdot l_3 = mg(l_2 + l_3 - l_1).$$

Из рисунка 3.12 видно, что $l_2 + l_3 - l_1 = h_1 - h_2$.

Следовательно:

$$L'_{12} = mg(h_1 - h_2). \quad (3.35)$$

Полученное соотношение (3.35) справедливо для любой траектории, состоящей из горизонтальных и вертикальных участков. Соотношение (3.35) применимо к любой криволинейной траектории, поскольку такую линию можно представить в виде совокупности большого числа малых вертикальных и горизонтальных отрезков (рис. 3.13).

Сравнивая формулы (3.34) и (3.35), приходим к выводу, что механическая работа, совершаемая силой тяжести, действующей на точечное тело при его перемещении из одного положения в другое, зависит только от положений тела, но не от формы траектории.

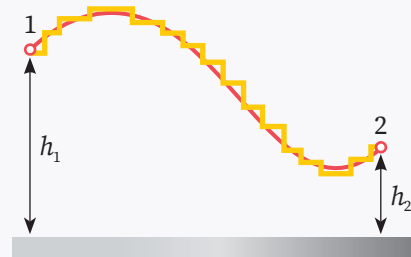


Рис. 3.13

Силы, механическая работа которых не зависит от формы траектории, движущегося тела, а зависит от начального и конечного положения тела, называются консервативными силами. Поле таких сил называется потенциальным полем.

Из формулы (3.35) следует, что работа, совершаемая силой тяжести при движении по замкнутому пути, когда $h_2 = h_1$, равна нулю. Силы, работа которых по любому замкнутому пути равна нулю, являются консервативными. **Сила тяжести – это консервативная сила, а создаваемое силой тяжести однородное поле является потенциальным полем.**

6 Потенциальная энергия тела в поле гравитационных сил

Запишем выражение (3.34) для работы силы тяжести:

$$L_{12} = mgh_1 - mgh_2, \quad (3.36)$$

где h_1 и h_2 – высоты начального и конечного положений материальной точки над произвольно выбранным уровнем, который из соображений удобства принимают за нулевой.

Из соотношения (3.36) следует, что работа силы тяжести выражается как разность значений физической величины, где одно значение соответствует начальному состоянию, а другое – конечному. Эта величина обозначается как E_n и называется **потенциальной энергией** тела в поле тяготения Земли, или **потенциальной энергией в поле гравитационных сил**. Соотношение (3.36) принимает вид:

$$L_{12} = E_{n1} - E_{n2} \quad (3.37)$$

или

$$L_{12} = -\Delta E_n, \quad (3.38)$$

где изменение потенциальной энергии:

$$\Delta E_n = E_{n2} - E_{n1}. \quad (3.39)$$

Из соотношения (3.37) следует, что потенциальная энергия выражается в джоулях (Дж), так же как механическая работа и кинетическая энергия. Согласно соотношению (3.38),

работа, совершаемая силой тяжести, равна взятому с противоположным знаком изменению потенциальной энергии в поле гравитационных сил.

Таким образом, механическая работа определяет изменение потенциальной энергии, а не абсолютное значение потенциальной энергии. Однако изменение величины, представляющее собой разность двух её значений, остаётся неизменным, если к каждому из этих значений прибавить одну

и ту же произвольную постоянную. Сопоставляя соотношение (3.37) с (3.38), можно записать, что $E_n = mgh + \text{const}$. В этом случае работа, совершаемая силой тяжести,

$$L_{12} = E_{n1} - E_{n2} = (mgh_1 + \text{const}) - (mgh_2 + \text{const}) = mgh_1 - mgh_2$$

не зависит от значения постоянной, произвольный выбор которой (для удобства), определяется дополнительным условием. Обычно на нулевом уровне высоты ($h = 0$) потенциальная энергия равна нулю ($E_n = 0$). Следовательно, это нулевой уровень потенциальной энергии и $\text{const} = 0$. Таким образом, потенциальная энергия в поле тяготения Земли:

$$E_n = mgh. \quad (3.40)$$

Формула (3.40) показывает, что значение потенциальной энергии зависит от положения тела в данный момент относительно выбранного нулевого уровня: чем выше тело находится над этим уровнем, тем больше его потенциальная энергия, и наоборот, если тело находится ниже нулевого уровня, его потенциальная энергия отрицательна.

Отсюда следует важный вывод:

Потенциальная энергия в поле гравитационных сил – это функция состояния.

Значение потенциальной энергии тела в данном положении также зависит от выбора нулевого уровня. Однако работа, совершаемая силой тяжести при перемещении тела из одного положения в другое, не зависит от выбора нулевого уровня.

Чтобы определить физический смысл потенциальной энергии, рассмотрим тело, перемещающееся из произвольного положения 1 в положение 2, находящееся на нулевом уровне, где $E_{n2} = 0$. Тогда из уравнения (3.37) следует:

$$L_{10} = E_{n1}. \quad (3.41)$$

Потенциальная энергия тела в поле гравитационных сил в любом положении равна работе, совершаемой силой тяжести при перемещении тела из этого положения в положение на нулевом уровне.

Потенциальная энергия тела, поднятого над Землёй, широко используется в технике как источник энергии для совершения механической работы. Например, потенциальная энергия воды, находящейся на более высоком уровне, используется на гидроэлектростанциях для вращения турбин, а энергия поднятого тела, которому дают свободно упасть, применяется для уплотнения грунта при подготовке площадки под фундаменты зданий и т. д.

Таким образом, потенциальная энергия, как и кинетическая, характеризует механическую работу, которую тело может совершить.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Груз массой $m = 500$ кг поднимают из шахты глубиной $l = 200$ м с помощью троса, имеющего линейную плотность (масса на единицу длины) $\rho_l = 1,5$ кг/м. Какая работа затрачивается на подъём груза? Принять $g = 10$ м/с².

Решение

Дано:

$l = 200$ м;
 $m = 500$ кг;
 $\rho_l = 1,5$ кг/м
 $L'_{12} = ?$

Работа, затраченная на подъём груза, составляет $L'_{12} = -L_{12} = \Delta E_n$. Изменение потенциальной энергии груза равно $\Delta E_{n1} = mgl$. При подъёме груза на расстояние l центр тяжести троса поднимается на $l/2$. Масса троса равна $m_{тр} = \rho_l \cdot l$, следовательно, потенциальная энергия троса увеличивается на

$$\Delta E_{n2} = m_{тр} g \frac{l}{2} = \rho_l g \frac{l^2}{2}.$$

Общая затраченная работа равна:

$$L'_{12} = \Delta E_{n1} + \Delta E_{n2} = (m + \rho_l \frac{l}{2}) gl; L'_{12} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

СООБЩЕНИЕ

Использование потенциальной энергии гравитационных сил

Сформируйте две рабочие группы и **распределите** между ними задачи.

Изучите различные источники для сбора информации и выбора необходимого материала.

Подготовьте выступление (сообщение) в соответствии со следующими целями:

- 1 **Подготовьте** краткий теоретический обзор об изменении потенциальной энергии в поле гравитационных сил и совершении механической работы.
- 2 **Объясните** принцип работы гидроэлектростанций (ГЭС) и других технических устройств, использующих потенциальную энергию в поле гравитационных сил. **Проанализируйте** социальные, экономические и экологические преимущества и проблемы использования описанных устройств/механизмов для различных сообществ.
- 3 **Разработайте** презентацию в формате PowerPoint, отражающую информацию об исследовании и итоговые заключения.
- 4 **Представьте** коллегам готовые проекты и **проведите** взаимное оценивание полученных результатов.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение понятия *консервативные силы*.
- 2 Объясните, почему работа, совершаемая консервативной силой при движении по замкнутой траектории, равна нулю.
- 3 Объясните, можно ли считать потенциальную энергию в поле гравитационных сил функцией состояния. Обоснуйте ответ.
- 4 Может ли потенциальная энергия в поле гравитационных сил принимать отрицательные значения? Приведите примеры.
- 5 Какова связь между работой силы тяжести и изменением потенциальной энергии тела?
- 6 Два тела равного объёма – одно из алюминия, другое из стали – находятся на одной высоте. Какое тело обладает большей потенциальной энергией? Во сколько раз? Плотность алюминия $\rho_1 = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³, а стали $\rho_2 = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³.
- 7 **БИО** Максимальная высота, на которую может подпрыгнуть ученица из положения приседа, составляет примерно 40 см. На сколько увеличивается потенциальная энергия ученицы во время такого прыжка? Масса ученицы 50 кг. Превращение какого вида энергии в организме обеспечивает этот прыжок?
- 8 Тело массой $m = 2$ кг находится на поверхности Земли. В некоторый момент времени на него начинает действовать направленная вертикально вверх сила $F = 28$ Н. Чему равна потенциальная энергия тела через промежуток времени $t = 5$ с после начала действия силы?
- 9 **ИНЖ** Определите минимальную работу, необходимую для перевода в вертикальное положение стержня массой $m = 150$ кг и длиной $l = 6$ м, который первоначально лежал горизонтально на земле.

При решении задач 7–9 принять $g = 10$ м/с².

3.6

Работа силы упругости. Потенциальная энергия упругой деформации

Рассмотрим недеформированную пружину с коэффициентом упругости k , один конец которой закреплён. Направим координатную ось Ox вдоль пружины, совместив начало отсчёта с её свободным концом (рис. 3.14, а). Приложим к свободному концу пружины деформирующую силу $\vec{F}$, направленную вдоль оси Ox . Под действием деформирующей силы пружина растягивается и возникает сила упругости $\vec{F}_{\text{упр}}$ (рис. 3.14, б). Для проекции силы упругости на координатную ось Ox , в соответствии с законом Гука:

$$F_{\text{упр},x} = -kx, \quad (3.42)$$

где координата x свободного конца пружины равна абсолютному удлинению пружины: $x = \Delta l$.

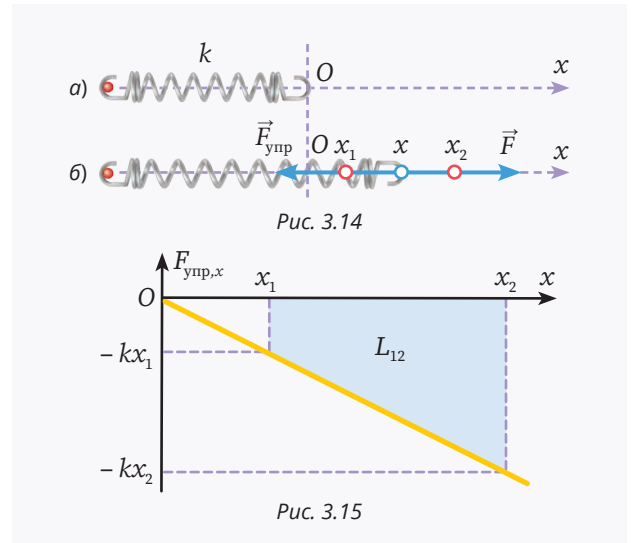
Определим работу, совершаемую силой упругости. В процессе деформации сила упругости изменяется, поэтому для определения работы силы упругости применим графический метод. Согласно соотношению (3.42), зависимость проекции силы упругости от деформации x является линейной, причём коэффициент пропорциональности отрицателен. Соответствующий график приведён на рисунке 3.15.

Работа, совершаемая силой упругости при увеличении деформации пружины от x_1 до x_2 , численно равна площади фигуры, ограниченной графиком силы, осью Ox и отрезками ординат, соответствующими координатам x_1 и x_2 . Полученная фигура представляет собой трапецию (рис. 3.15) высотой $(x_2 - x_1)$ и основаниями kx_1 и kx_2 . Трапеция располагается ниже оси x , поэтому работа силы упругости отрицательна при $x_2 > x_1$. Это также видно из рисунка 3.14, б: сила упругости направлена противоположно перемещению свободного конца пружины.

Для механической работы, совершаемой силой упругости, получаем:

$$\begin{aligned} L_{12} &= -\frac{kx_1 + kx_2}{2} (x_2 - x_1) = \\ &= -\frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Из полученного соотношения следует, что работа силы упругости пружины зависит только



от начальной и конечной деформаций, а не от способа перехода от одной деформации к другой. Следовательно, **сила упругости является консервативной силой**.

Сопоставляя соотношения (3.43) и (3.37), получаем следующее выражение для потенциальной энергии деформированной пружины – так называемой потенциальной энергии упругой деформации:

$$E_n = \frac{kx^2}{2} + \text{const}.$$

Постоянная определяется исходя из условия, что потенциальная энергия упругой деформации равна нулю ($E_n = 0$), когда пружина не деформирована ($x = 0$); иными словами, за нулевой уровень принимается потенциальная энергия недеформированной пружины.

Получаем, что $\text{const} = 0$; следовательно,

$$E_n = \frac{kx^2}{2}. \quad (3.44)$$

При произвольном выборе постоянной потенциальная энергия деформированной пружины ($x \neq 0$) принимает положительные значения, не зависящие от того, была ли пружина растянута или сжата, а определяемые лишь величиной деформации.

Точка приложения деформирующей силы совпадает с точкой приложения силы упругости; силы равны по модулю и противоположны по направлению. Следовательно, работа деформирующей силы L'_{12} и работа силы упругости L_{12} связаны соотношением:

$$L'_{12} = -L_{12}, \quad (3.45)$$

то есть

$$L'_{12} = \frac{kx_2^2}{2} - \frac{kx_1^2}{2}. \quad (3.46)$$

Из формул (3.43) и (3.46) следует, что при увеличении деформации пружины ($|x_2| > |x_1|$) работа деформирующей силы положительна ($L'_{12} > 0$) и

затрачивается на увеличение потенциальной энергии упругой деформации пружины. При уменьшении деформации пружины ($|x_2| < |x_1|$) работа силы упругости положительна ($L_{12} > 0$): пружина совершает механическую работу за счёт собственной потенциальной энергии. Поскольку сила характеризует взаимодействие тел, потенциальную энергию часто называют **потенциальной энергией взаимодействия**.

Потенциальная энергия гравитационных сил характеризует взаимодействие тел с Землёй или другими телами, тогда как потенциальная энергия упругих деформаций – взаимодействие между частями упруго деформированного тела. Общей чертой потенциальной энергии является то, что значения той или иной потенциальной энергии определяются взаимным расположением тел или составных частей одного и того же тела.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Две пружины с коэффициентами упругости k_1 и k_2 соединены последовательно (одна за другой). Чему равна потенциальная энергия упругой деформации системы пружин, если её полное удлинение составляет Δl ?

Решение

Дано:

k_1 ;

k_2 ;

Δl

$E_{\text{п}} - ?$

Пусть Δl_1 и Δl_2 – удлинения каждой из пружин. Тогда потенциальная энергия системы из двух пружин равна: $E_{\text{п}} = \frac{k_1 (\Delta l_1)^2}{2} + \frac{k_2 (\Delta l_2)^2}{2}$.

Для определения удлинений Δl_1 и Δl_2 воспользуемся двумя условиями:

1 – сумма удлинений: $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \Delta l$;

2 – упругие силы, с которыми одна пружина действует на другую, равны по величине (как силы действия и противодействия), то есть $k_1 \Delta l_1 = k_2 \Delta l_2$.

Выразив $\Delta l_2 = \frac{k_1}{k_2} \Delta l_1$, получаем $\Delta l_1 + \frac{k_1}{k_2} \Delta l_1 = \Delta l$, откуда следует $\Delta l_1 = \frac{k_2}{k_1 + k_2} \Delta l$, а затем и $\Delta l_2 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \Delta l$.

Для потенциальной энергии упругой деформации соединённых последовательно пружин получаем:

$$E_{\text{п}} = \frac{k_1 k_2 (\Delta l)^2}{2(k_1 + k_2)}.$$

Из полученного соотношения следует, что последовательно соединённые пружины ведут себя как одна пружина с коэффициентом упругости $k_{\text{упр}} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Является ли сила упругости консервативной силой? Обоснуйте свой ответ.
- 2 Представьте выражение для потенциальной энергии упругой деформации. Как выбирают нулевой уровень потенциальной энергии упругой деформации?
- 3 Может ли потенциальная энергия упругой деформации принимать отрицательные значения? Обоснуйте свой ответ.
- 4 В каком случае пружина совершает положительную работу: при увеличении или при уменьшении деформации?
- 5 Для растяжения изначально недеформированной пружины на величину Δl была затрачена механическая работа $L' = 1,25$ Дж. Какую дополнительную механическую работу необходимо затратить, чтобы увеличить удлинение пружины от Δl до $3\Delta l$?
- 6 Определите потенциальную энергию пружины, сжатой на величину $|\Delta l| = 0,05$ м, если известно, что сила, уравнивающая силу упругости в данный момент, равна $F = 60$ Н.
- 7 Для сжатия пружины на величину $|\Delta l_1| = 0,02$ м требуется сила $F_1 = 8$ Н. Чему будет равна потенциальная энергия пружины, если её растянуть на величину $\Delta l_2 = 0,04$ м?
- 8 Длина пружины, на которой подвешено тело массой $m_1 = 4$ кг, составляет $l_1 = 0,30$ м. Если подвесить дополнительно тело массой $m_2 = 3$ кг, длина пружины станет равной $l_2 = 0,36$ м. На сколько увеличилась потенциальная энергия пружины после подвешивания второго тела? Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

Лабораторная работа

№ 5*

Сравнение работы, совершаемой силой упругости, с изменением кинетической энергии тела

Цель работы

Экспериментальная проверка теоремы об изменении кинетической энергии, сравнение изменения кинетической энергии с работой, совершённой силой упругости.

Оборудование

Два штатива с зажимами, школьный динамометр, рычажные весы с набором гирь, шарик, линейка или рулетка, нить, лист копировальной бумаги.

Краткая теория

Экспериментальная установка, показанная на рисунке 3.16, применяется для экспериментальной проверки теоремы об изменении кинетической энергии (3.29). Школьный динамометр закрепляют горизонтально на штативе, а к крючку привязывают нить длиной 50–70 см и к нити подвешивают шарик массой m . На втором штативе на той же высоте, что и динамометр, закрепляют зажим; его располагают так, чтобы линия действия силы упругости динамометра проходила через центр шарика, удерживаемого зажимом на другом штативе (рис. 3.16). Удаляя штативы друг от друга, деформируют пружину динамометра до силы упругости величиной $2\div 3$ Н. Под действием силы упругости шарик приобретает

скорость v , а его кинетическая энергия изменяется от нуля до $mv^2/2$.

Для определения скорости шарика рассмотрим движения, происходящие за одинаковые промежутки времени: равномерное движение по горизонтали на расстояние $s = vt$ и равноускоренное движение по вертикали на высоту $h = gt^2/2$, где g – ускорение свободного падения. Из полученных соотношений

находим скорость шарика: $v = s \sqrt{\frac{g}{2h}}$, а для изменения кинетической энергии получаем:

$$\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1} = \frac{mgs^2}{4h}. \quad (3.47)$$

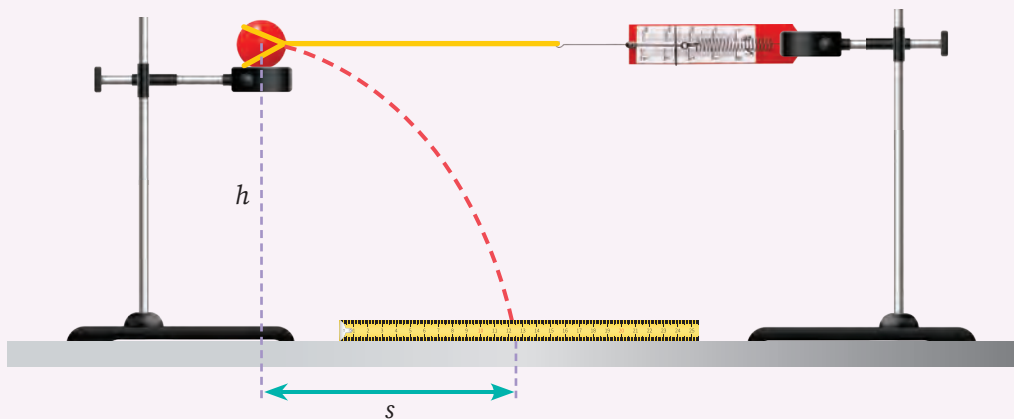


Рис. 3.16

В соответствии с законом Гука сила упругости изменяется линейно, убывая от начального значения $F_{упр}$ до 0. Таким образом, среднее значение силы упругости равно $F_{упр,ср} = (F_{упр} + 0)/2 = F_{упр}/2$, а работа, совершаемая силой упругости, составляет:

$$L_{12} = F_{упр,ср} \cdot x = \frac{F_{упр} \cdot x}{2}, \quad (3.48)$$

где x – деформация (удлинение) пружины.

Для сравнения изменения кинетической энергии (3.47) с работой силы упругости (3.48) определим экспериментально отношение:

$$n = \frac{\Delta E_k}{L_{12}} = \frac{mgs^2}{2hF_{упр} \cdot x}, \quad (3.49)$$

которое, в соответствии с (3.29), должно быть равно единице.

Ход работы:

- 1 Соберите экспериментальную установку, показанную на рисунке 3.16, закрепите динамометр горизонтально с помощью зажима на штативе, расположив шарик на высоте $h = 30 \div 40$ см над поверхностью стола. Запишите значение высоты в тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.
- 2 Определите массу шарика с помощью весов и занесите полученное значение в таблицу.
- 3 Закрепите шарик в зажиме второго штатива; установив определённую величину силы упругости, замерьте значение $F_{\text{упр.}}$ по шкале динамометра. Измерьте деформацию пружины динамометра x . Запишите измеренные значения в таблицу.
- 4 Извлеките шарик из зажима штатива и поместите его на зажим динамометра (рис. 3.16), следя за тем, чтобы величина силы упругости оставалась неизменной. Отпустите шарик и отметьте точку удара о стол на листе копировальной бумаги, положенном поверх листа белой бумаги. Измерьте горизонтальное расстояние s , пройденное шариком, и запишите измеренное значение в тетрадь, используя таблицу. Повторите этот этап эксперимента ещё два раза.

№	s (10^{-2} м)	h (10^{-2} м)	m (10^{-3} кг)	$F_{\text{упр}}$ (Н)	x (10^{-3} м)	n
1.						
2.						
3.						
Среднее значение						

- 5 Вычислите отношение изменения кинетической энергии к работе силы упругости (3.49), а также средние значения расстояния $\bar{s}$ и отношения $\bar{n}$.
- 6 Оцените абсолютную и относительную погрешности определения значения отношения n , используя следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{n}}{\bar{n}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + 2 \frac{\Delta s}{\bar{s}} + \frac{\Delta h}{h} + \frac{\Delta F_{\text{упр}}}{F_{\text{упр}}} + \frac{\Delta x}{x},$$

$$\Delta \bar{n} = \varepsilon \cdot \bar{n}.$$

- 7 Представьте окончательный результат в виде: $n = \bar{n} \pm \Delta \bar{n}$; $\varepsilon = \dots\%$.
- 8 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- ▶ Объясните, почему после того, как шарик был отпущен, его движение по горизонтали считается равномерным, а движение по вертикали – равноускоренным.
- ▶ Какое условие должно выполняться, чтобы среднее значение изменяющейся силы можно было рассчитать как среднее арифметическое её начального и конечного значений?
- ▶ Объясните, почему при определении скорости шарика его необходимо отпускать рукой, а не просто разжимать зажим, отвинчивая его.

3.7

Работа силы трения/сопротивления движению

Для анализа работы сил трения, действующих между твёрдыми телами, рассмотрим твёрдое тело, скользящее по поверхности другого твёрдого тела. На первое тело действует сила трения скольжения величиной $F_{\text{тр}} = \mu N$ (где N – величина нормальной силы, с которой первое тело действует на второе, а μ – коэффициент трения между телами). Сила трения всегда направлена противоположно направлению скорости $\vec{v}$ первого тела относительно второго.

Чтобы определить работу силы трения, рассмотрим конкретный пример. В углу 1 комнаты со сторонами l_1 и l_2 находится ящик, который нужно переместить в противоположный угол 3 (рис. 3.17). Предположим, что ящик можно переместить по двум траекториям: по диагонали 1–3 или вдоль сторон 1–2, а затем 2–3. Обозначим через L_{13} и L_{123} работу силы трения скольжения на этих траекториях.

Предположим, что сила тяги $\vec{F}$ и угол α , который сила тяги образует с плоскостью пола, остаются постоянными. Следовательно, нормальная сила реакции опоры N со стороны пола и величина силы трения скольжения $F_{\text{тр}}$ также остаются постоянными. Поскольку сила трения образует угол 180° с вектором перемещения, работа, совершаемая на двух упомянутых траекториях, составляет:

$$L_{13} = -F_{\text{тр}} \cdot \sqrt{l_1^2 + l_2^2} = -\mu N \sqrt{l_1^2 + l_2^2},$$

$$L_{123} = -F_{\text{тр}} (l_1 + l_2) = -\mu N (l_1 + l_2).$$

Замечаем, что $L_{13} \neq L_{123}$, то есть работа, совершаемая силой трения скольжения при перемещении тела из одного положения в другое, зависит не только от положений, но и от формы траектории, пройденной телом от одного положения к другому. Следовательно,

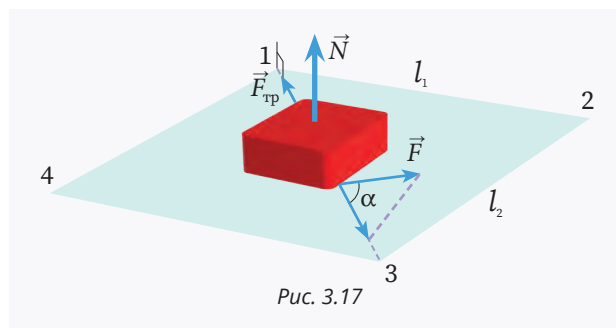


Рис. 3.17

Сила трения скольжения не является консервативной силой.

На твёрдое тело, движущееся в газообразной или жидкой среде, действует сила сопротивления со стороны этой среды (п. 2.6, б*). Как и сила трения скольжения, сила сопротивления направлена противоположно относительной скорости тела, определяемой как

$$\vec{v}_{\text{отн}} = \vec{v}_t - \vec{v}_{\text{ср}},$$

где v_t и $v_{\text{ср}}$ – скорости тела и среды соответственно относительно одной и той же системы отсчёта (например, связанной с Землёй).

Работа силы сопротивления может быть как отрицательной, так и положительной, в зависимости от направления относительной скорости $\vec{v}_{\text{отн}}$ по отношению к скорости тела $\vec{v}_t$. Если обе скорости направлены одинаково, например, автомобиль движется со скоростью $\vec{v}_t$, превышающей скорость воздуха (среды) $\vec{v}_{\text{ср}}$, то работа силы сопротивления отрицательна. Другой пример: парусное судно движется со скоростью, меньшей скорости попутного ветра. В этом случае относительная скорость судна $\vec{v}_{\text{отн}}$ направлена противоположно скорости судна $\vec{v}_t$ относительно берега, а работа силы сопротивления положительна.

Обобщая, можно сделать вывод, что работа сил трения и сопротивления может быть как положительной, так и отрицательной, в зависимости от конкретной ситуации, в которой эти силы действуют.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Является ли сила трения скольжения консервативной силой? Обоснуйте ответ.
- 2 Зависит ли работа силы трения скольжения от формы траектории движения тела между начальным и конечным положениями? Проиллюстрируйте свой ответ.
- 3 Может ли работа силы сопротивления среды, действующей на движущееся тело, быть положительной? А отрицательной? Приведите примеры.
- 4 Вычислите работу силы трения скольжения, совершаемую при перемещении тела по замкнутым контурам 1–2–3–1 и 1–2–3–4–1, изображённым на рисунке 3.17. Сравните полученные результаты и прокомментируйте их.
- 5 В безветренный день автомобиль дважды проехал по одному и тому же маршруту: сначала с меньшей скоростью, а затем с большей. Сравните работу силы сопротивления воздуха в этих двух случаях.

Закон сохранения и превращения механической энергии

а Закон сохранения и превращения механической энергии в изолированных системах тел, в которых действуют консервативные силы

Рассмотрим изолированную систему тел, то есть систему тел, взаимодействующих только друг с другом, а не с телами, находящимися вне рассматриваемой системы. Будем считать, что силы взаимодействия между телами являются консервативными.

На основании теоремы об изменении кинетической энергии (3.29):

$$E_{k2} - E_{k1} = L_{12}. \quad (3.50)$$

E_{k1} – кинетическая энергия системы тел в начальном положении, E_{k2} – кинетическая энергия в конечном положении, а L_{12} – работа сил взаимодействия при переходе тел из начального положения в конечное. Поскольку эти силы являются консервативными, совершаемая ими работа равна изменению потенциальной энергии системы тел, взятому с обратным знаком (3.37):

$$L_{12} = - (E_{n2} - E_{n1}). \quad (3.51)$$

Подставляя соотношение (3.51) в (3.50), получаем:

$$E_{k2} - E_{k1} = - (E_{n2} - E_{n1})$$

или

$$E_{k2} + E_{n2} = E_{k1} + E_{n1}. \quad (3.52)$$

Физическая величина E , равная сумме кинетической и потенциальной энергий системы в данный момент времени, называется механической (полной) энергией системы.

$$E = E_k + E_n. \quad (3.53)$$

Таким образом, соотношение (3.52) принимает вид

$$E_2 = E_1. \quad (3.54)$$

Соотношение (3.52) выражает закон сохранения и превращения механической энергии.

Механическая энергия изолированной системы тел, в которой действуют только консервативные силы, остаётся неизменной с течением времени.

Рассматриваемый закон указывает на то, что сумма двух форм механической энергии сохраняется и что изменение одной из них влечёт за собой соответствующее изменение другой. Например, увеличение кинетической энергии сопровождается уменьшением потенциальной энергии.

Поясним этот закон на следующем примере.

Пример

Рассмотрим тело массой m , находящееся на высоте H над поверхностью Земли. В начальном состоянии, на высоте H , скорость и кинетическая энергия тела равны нулю. Его механическая энергия состоит только из потенциальной энергии: $E_1 = E_{n1} = mgH$. В процессе падения на Землю тело обладает как кинетической, так и потенциальной энергией; следовательно, на высоте h его механическая энергия равна $E = E_k + E_n = \frac{mv^2}{2} + mgh$.

Согласно закону сохранения энергии:

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = mgH. \quad (3.55)$$

Чем ближе тело к Земле (т. е. чем меньше высота h), тем меньше потенциальная энергия и больше кинетическая энергия. У поверхности Земли ($h = 0$) потенциальная энергия становится равной нулю, и вся механическая энергия тела превращается в кинетическую энергию:

$$\frac{mv_0^2}{2} = mgH, \quad (3.56)$$

где v_0 – скорость тела у поверхности Земли.

Уравнение (3.56) было выведено на основе закона сохранения и превращения механической энергии. Его также можно получить, рассматривая равноускоренное движение тела при свободном падении с ускорением свободного падения g и начальной скоростью, равной нулю.

Если обозначить время падения как t , то получим $v_0 = gt$ и $H = \frac{gt^2}{2}$. Исключив время t из этих двух соотношений, мы приходим к уравнению (3.56).

Закон сохранения и превращения энергии был сформулирован в 1847 году Г. Гельмгольцем.



Герман фон ГЕЛЬМГОЛЬЦ (1821–1894), немецкий физик и физиолог

Сделал открытия в области электромагнетизма, оптики, акустики, гидродинамики и физики тепловых явлений. Сформулировал (в 1847 г.) закон сохранения энергии, продемонстрировав его универсальный характер и установив, что закон справедлив для механических, тепловых, электромагнитных, физиологических и других явлений. Создал первый колебательный контур, состоящий из катушки индуктивности и конденсатора, теоретически обосновал атомистическую природу электричества, предвосхитив открытие электрона и многое другое. В области физиологической акустики разработал теорию слуха и создал модель уха; в области физиологии зрения предложил теорию аккомодации глаза и теорию цветового зрения.

6* Изменение механической энергии неизолированной системы тел при наличии консервативных сил

Рассмотрим систему тел, взаимодействующих не только друг с другом, но и с телами, находящимися вне системы. Предположим, что некоторые из этих сил являются неконсервативными. Воспользуемся теоремой об изменении кинетической энергии (3.29): $E_{к2} - E_{к1} = L_{12}$. Полная работа всех сил равна сумме работ внутренних $L_{12}^{внутр}$ и внешних $L_{12}^{внеш}$ сил, то есть $L_{12} = L_{12}^{внутр} + L_{12}^{внеш}$. Работа внутренних сил, в свою очередь, равна сумме работ консервативных $L_{12}^{внутр,к}$ и неконсервативных $L_{12}^{внутр,нк}$ внутренних сил; следовательно, $L_{12} = L_{12}^{внутр,к} + L_{12}^{внутр,нк} + L_{12}^{внеш}$.

Следовательно, полная работа равна $L_{12} = L_{12}^{внутр,к} + L_{12}^{внутр,нк} + L_{12}^{внеш}$. Однако работа, совершаемая консервативными силами, выражается через потенциальную энергию взаимодействия – соотношение (3.37). Получаем $L_{12}^{внутр,к} = E_{п1} - E_{п2}$. Таким образом, выражение для полной работы принимает вид:

$$L_{12} = E_{п1} - E_{п2} + L_{12}^{внутр,нк} + L_{12}^{внеш}. \quad (3.57)$$

Подставляя это выражение в соотношение, выражающее теорему о кинетической энергии, и используя выражение (3.53) для механической энергии, получаем:

$$E_2 - E_1 = L_{12}^{внутр,нк} + L_{12}^{внеш}. \quad (3.58)$$

Изменение механической энергии системы тел определяется суммой работы внутренних неконсервативных сил и работы внешних сил.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Санки массой $m = 10$ кг начали движение из состояния покоя, скатываясь со снежного склона высотой $h = 2,45$ м, после чего продолжили движение по горизонтальному участку пути и остановились, пройдя расстояние $l = 50$ м. Пренебрегая трением между санками и снежным покровом на склоне, определите: а) скорость санок у подножия склона; б) коэффициент трения между санками и снежным покровом на горизонтальном участке пути; в) минимальную работу, необходимую для возвращения санок в исходное положение на склоне. Примите $g = 10$ м/с².

Решение

Дано:

$m = 10$ кг;
 $h = 2,45$ м;
 $l = 50$ м

а) $v_B = ?$; б) $\mu = ?$;
в) $L' = ?$

Представим ситуацию, описанную в задаче, схематически (рис. 3.18).

- а) В соответствии с законом сохранения механической энергии при движении санок вдоль склона, где не действуют неконсервативные силы: $E_B = E_A$. В начальном положении А санки обладают потенциальной

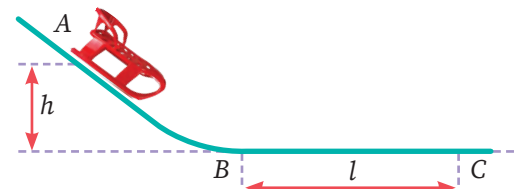


Рис. 3.18

энергией $E_A = E_{пА} = mgh$, а в положении В – кинетической энергией, поэтому $E_B = E_{кВ} = \frac{mv_B^2}{2}$. Приравняв значения механической

энергии санок в положениях А и В, получаем $\frac{mv_B^2}{2} = mgh$, откуда следует, что $v_B = \sqrt{2gh}$; $v_B = 7$ м/с.

- 6 При движении по горизонтальному участку на санки действует сила трения $F_{\text{тр}} = \mu N = \mu mg$. Приравниваем изменение кинетической энергии санок к работе силы трения: $E_{\text{кВ}} - E_{\text{кБ}} = -F_{\text{тр}} \cdot l$, или $0 - \frac{mv_{\text{В}}^2}{2} = -\mu mgl$.
Выражаем коэффициент трения: $\mu = \frac{v_{\text{В}}^2}{2gl} = \frac{h}{l}$, $\mu \approx 0,05$.

- В Для перемещения санок по участку СВ необходимо приложить извне горизонтальную тяговую силу, равную по величине силе трения. Следовательно, $L'_{\text{СВ}} = F_{\text{тр}} \cdot l = \mu mgl$. Для перемещения санок вверх по склону ВА необходимо совершить работу, равную изменению потенциальной энергии саней: $L'_{\text{ВА}} = E_{\text{пА}} - E_{\text{пБ}} = mgh$. Таким образом, полная затраченная работа составляет:

$$L' = L'_{\text{СВ}} + L'_{\text{ВА}} = \mu mgl + mgh = \frac{h}{l} mgl + mgh = 2mgh.$$

При этом было учтено выражение для коэффициента трения, полученное в пункте (б). Выполнив вычисления, получаем $L' = 490$ Дж.

СООБЩЕНИЕ

Perpetuum Mobile: мечты и реальность

Сформируйте две рабочие группы и **распределите** обязанности.

Изучите различные источники, чтобы **собрать** и **отобрать** необходимый материал.

Выполните задания и **раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Исследуйте** историю развития устройств, претендующих на роль вечного двигателя.
- 2 **Классифицируйте** вечные двигатели (*perpetuum mobile*).
- 3 **Приведите** примеры устройств типа „perpetuum mobile“ и **объясните** их несостоятельность, используя закон сохранения механической энергии.
- 4 **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую информацию о проведённом исследовании и итоговые заключения.
- 5 **Представьте** готовые проекты и **оцените** работы друг друга.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение механической энергии системы тел.
- 2 Сформулируйте условия, при которых механическая энергия системы тел остаётся постоянной с течением времени.
- 3* Объясните, как изменяется кинетическая энергия системы точечных тел в результате неупругих соударений её тел.
- 4 Выстрелите вертикально вверх из игрушечного пистолета. Используя только достаточно длинную линейку, определите начальную скорость шарика.
- 5 Тело свободно падает с высоты $H = 60$ м. Определите высоту, на которой его кинетическая энергия вдвое превышает потенциальную энергию.
- 6 Тело брошено под углом к горизонту с поверхности Земли с начальной скоростью $v_0 = 25$ м/с. Какова будет его скорость на высоте $h = 20$ м?
- 7 Небольшой брусок соскальзывает с вершины наклонной плоскости длиной $l = 2,8$ м, расположенной под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. Приняв ускорение свободного падения равным $g = 10$ м/с², определите скорость бруска у основания наклонной плоскости:
 - а при отсутствии трения между бруском и поверхностью наклонной плоскости;
 - б если коэффициент трения между бруском и поверхностью наклонной плоскости равен $\mu = 0,5$.
- 8 Определите скорость шарика массой $m = 0,02$ кг при выстреле из закреплённого горизонтально пружинного игрушечного пистолета. Жёсткость пружины $k = 242$ Н/м, а величина её сжатия $\Delta l = 0,01$ м.
- 9* **ИНЖ** Железнодорожный вагон массой $m = 30$ т движется со скоростью $v = 2$ м/с по подъездному пути к упору, установленному в конце пути. Упор оснащён двумя одинаковыми пружинами, жёсткость каждой составляет $k = 2,4 \cdot 10^5$ Н/м. Определите максимальное сжатие пружин в момент остановки вагона.
- 10* Ребёнок массой m_1 стоит на льду на коньках рядом с небольшими санками массой m_2 . Ребёнок отталкивает санки, сообщая им скорость v_2 , и при этом сам начинает двигаться в противоположном направлении. Какую механическую работу совершил ребёнок?

Лабораторная работа

№ 6*

Определение коэффициента трения скольжения с использованием теоремы об изменении механической энергии

Цель работы

Экспериментальное исследование теоремы об изменении механической энергии и определение с её помощью коэффициента трения скольжения.

Оборудование

Трибометр или доска длиной 60–80 см, прямоугольный брусок, весы, школьный динамометр, набор маркированных грузов, линейка или рулетка с миллиметровыми делениями и прочная нить (шнур).

Краткая теория

Динамометр закреплён на направляющей (пластине) трибометра, а прямоугольный брусок соединён с крючком динамометра нитью (рис. 3.19). Если тянуть брусок вдоль направляющей так, чтобы динамометр показывал силу упругости $F_{\text{упр}} = kx$ (где x – деформация (удлинение) пружины динамометра, а k – её жёсткость), то полная механическая энергия будет равна потенциальной энергии пружины:

$$E_1 = E_n = \frac{kx^2}{2} = \frac{F_{\text{упр}} \cdot x}{2}. \quad (3.59)$$

После того как тело в форме параллелепипеда отпускают, тело движется до остановки, пройдя расстояние s . Механическая энергия в конечном состоянии равна $E_2 = 0$. Таким образом, потенциальная энергия пружины динамометра расходуется на совершение работы, необходимой для преодоления силы трения скольжения на пути s . Трение – это неконсервативная сила; совершаемая ею работа отрицательна:

$$L_{12}^{\text{внутр, нк}} = -\mu mgs, \quad (3.60)$$

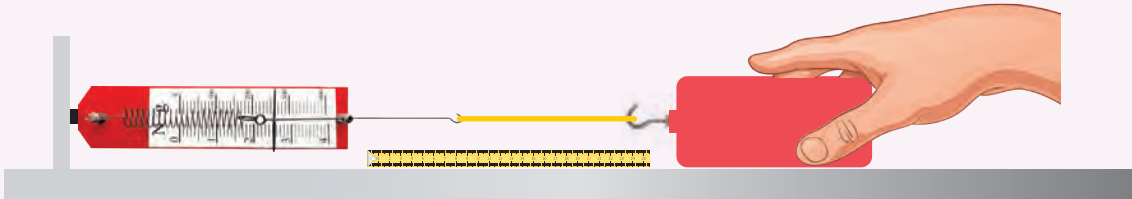


Рис. 3.19

где m – масса тела в форме параллелепипеда, g – ускорение свободного падения, а μ – коэффициент трения скольжения при движении тела по линейке трибометра.

Следует отметить, что на тело действуют и внешние силы, в частности сила тяжести и сила нормальной реакции опоры, но, поскольку они перпендикулярны направлению движения, они не совершают механической работы $L_{12}^{\text{внеш}} = 0$.

Используя теорему об изменении механической энергии (3.58) и выражения (3.59) и (3.60), получаем

$$\frac{F_{\text{упр}} \cdot x}{2} = \mu mgs,$$

откуда и находим коэффициент трения скольжения:

$$\mu = \frac{F_{\text{упр}} \cdot x}{2mgs}. \quad (3.61)$$

Ход работы:

- 1 Определите массу прямоугольного бруска с помощью весов и запишите полученное значение в тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.
- 2 Соедините крючки динамометра и прямоугольного бруска нитью длиной $8 \div 10$ см, поместите систему на плоскость трибометра и закрепите динамометр так, как показано на рисунке 3.19.
- 3 Оттяните прямоугольный брусок вдоль дорожки трибометра (доски) так, чтобы динамометр показывал определённую силу ($F = 1 \div 3$ Н). Измерьте удлинение пружины x . Запишите значения силы упругости и удлинения пружины в таблицу.

№	m (10^{-3} кг)	$F_{\text{упр.}}$ (Н)	x (10^{-3} м)	s (10^{-3} м)	μ
1.					
2.					
3.					
4.					
5.					
Среднее значение					

- 4 Отметьте положение тела на шкале трибометра и отпустите его. Измерьте пройденное телом расстояние s и занесите полученное значение в таблицу.
- 5 Повторите измерения, описанные в пунктах 3 и 4, ещё 2-4 раза, изменяя в одних случаях силу упругости (по показаниям динамометра), а в других – массу прямоугольного бруска путём добавления к нему маркированных грузов.
- 6 Вычислите коэффициент трения скольжения для каждой серии измерений, а также его среднее значение. Занесите полученные результаты в таблицу.
- 7 Оцените абсолютную и относительную погрешности определения коэффициента трения скольжения, используя следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{\mu}}{\bar{\mu}} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta F_{\text{упр.}}}{F_{\text{упр.}}} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta s}{s}, \quad \Delta \bar{\mu} = \varepsilon \cdot \bar{\mu}.$$

- 8 Представьте окончательный результат в виде:

$$\mu = \bar{\mu} \pm \Delta \bar{\mu}; \quad \varepsilon = \dots \%$$
- 9 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

Проанализируйте и примените!

- В данном лабораторном эксперименте варьируются масса прямоугольного бруска (путём добавления маркированных грузов) и, как следствие, возникающая сила упругости. Изменяется ли в таких случаях коэффициент трения скольжения? Обоснуйте ответ.
- Объясните, почему сила тяжести и сила нормальной реакции опоры, действующие на прямоугольный брусок, не совершают работы при его перемещении на расстояние s .

Суммативный тест

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения стали верными:

- 1 6.** **а** Импульс системы материальных точек сохраняется во времени, если _____, приложенных к системе, равна нулю;
- 1 6.** **б** Силы, работа которых на замкнутой траектории равна нулю, называются _____;
- 1 6.** **в** В системе тел суммарная работа внутренних неконсервативных сил и внешних сил равна _____, совершённой над системой.

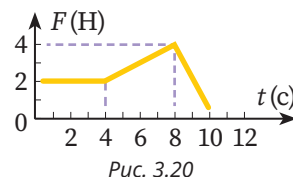
2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 6.	Количество движения	Вт
1 6.	Механическая работа	Дж · с
1 6.	Мощность	кг · м/с
		Вт · с

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 6.** **В** **Л** **а** Физическая величина, равная отношению силы к длительности её действия, называется импульсом силы.
- 1 6.** **В** **Л** **б** Механическая работа – это функция процесса.
- 1 6.** **В** **Л** **в** Консервативное силовое поле – это потенциальное поле.

4 **3 6.** На рисунке 3.20 показана зависимость переменной силы, действующей на тело, от времени. Определите изменение импульса тела за 10 секунд.



5 **2 6.** Футболист бьёт ногой по мячу массой 0,3 кг, находившемуся в состоянии покоя, с силой 600 Н. Определите скорость мяча после удара, если длительность удара составляет 0,02 с.

6 **2 6.** Тело массой 2 кг брошено вертикально вверх со скоростью 5 м/с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, определите потенциальную энергию в точке максимальной высоты.

7 Железнодорожный вагон массой 40 т, движущийся со скоростью 4 м/с, догоняет другой вагон массой 60 т, движущийся со скоростью 2 м/с. Определите:

- 3 6.** **а** на сколько уменьшилась скорость первого вагона после неупругого столкновения вагонов;
- 4 6.** **б** на сколько уменьшилась кинетическая энергия вагонов в результате их неупругого столкновения.

8 Автомобиль движется равноускоренно по горизонтальной дороге. Совершив за определённый промежуток времени работу, равную 150 кДж, автомобиль увеличивает свою скорость от 5 м/с до 20 м/с. Двигатель автомобиля развивает среднюю мощность 15 кВт. Приняв $g = 10 \text{ м/с}^2$ и пренебрегая силами трения и сопротивления, определите:

- 3 6.** **а** вес автомобиля;
- 5 6.** **б** расстояние, пройденное автомобилем при равноускоренном движении;
- 2 6.** **в** силу тяги, развиваемую двигателем автомобиля.

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения были верными:

- 1 б.** **а** Импульс материальной точки равен _____ массы на скорость;
- 1 б.** **б** Физическая величина, равная отношению механической работы к промежутку времени, в течение которого она была совершена, называется _____;
- 1 б.** **в** Если в изолированной системе тел действуют только консервативные силы, то _____, характеризующая систему, остаётся неизменной с течением времени.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 б.	Импульс	Вт
1 б.	Энергия	м/с ²
1 б.	Мощность	Дж
		кг · м/с

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 б.** **в** **л** **а** Силы, совершающие отрицательную работу, называются силами сопротивления.
- 1 б.** **в** **л** **б** Если силы, действующие на материальную точку, остаются постоянными, то их поле называется однородным полем.
- 1 б.** **в** **л** **в** Потенциальная энергия может принимать только положительные значения.

4 **3 б.** На рисунке 3.21 представлен график зависимости силы тяги автомобиля от пройденного расстояния. Определите работу, совершённую этой силой на пути 80 м.

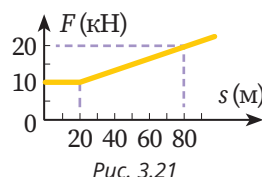


Рис. 3.21

5 **2 б.** Автобус массой 2000 кг, движущийся прямолинейно, увеличил скорость от 5 м/с до 15 м/с. Определите изменение импульса автобуса.

6 **2 б.** Под действием силы $F = 2400$ Н пружина деформировалась на величину $x = 50$ мм. Определите потенциальную энергию пружины.

7 Ящик массой 900 кг перемещают с постоянной скоростью по горизонтальной поверхности длиной 10 м. Коэффициент трения при движении ящика по поверхности составляет $\mu = 0,3$. Приняв $g = 10$ м/с², определите:

- 2 б.** **а** работу, необходимую для перемещения ящика по горизонтальной поверхности;
- 1 б.** **б** работу, совершаемую подъёмным краном при вертикальном подъёме ящика на высоту, равную длине горизонтальной поверхности;
- 1 б.** **в** мощность, развиваемую двигателем крана за 0,5 минуты при выполнении работы, вычисленной в пункте б).

8 Телу массой 100 кг сообщают начальную скорость 5 м/с. Тело движется по горизонтальной плоскости, преодолевая силу трения. При коэффициенте трения между телом и горизонтальной поверхностью 0,2 и ускорении свободного падения 10 м/с² определите:

- 3 б.** **а** расстояние, пройденное телом до остановки;
- 2 б.** **б** среднюю мощность, затрачиваемую телом при движении.

Абсолютно упругое соударение тел

Рассмотрим ещё один вид столкновения тел – **абсолютно упругое столкновение** (или просто **упругое столкновение**). При таком столкновении тела разлетаются, не претерпевая деформации, а их кинетическая энергия сохраняется. Это идеализированная модель, поскольку в действительности в результате столкновения тела частично деформируются. Однако если деформации настолько малы, что ими можно пренебречь, как, например, при столкновении бильярдных шаров из слоновой кости или стали, то можно применять модель абсолютно упругого столкновения.

Рассмотрим центральное упругое столкновение двух шаров. При центральном столкновении, до и после удара, скорости шаров направлены вдоль прямой, проходящей через центры шаров (рис. 3.22).

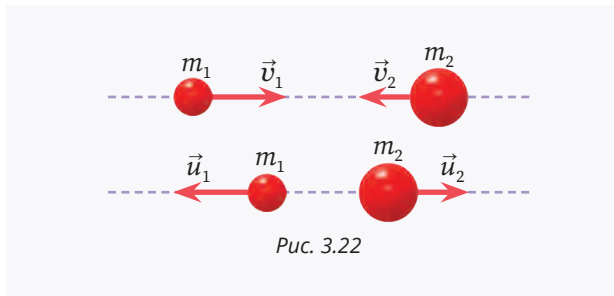


Рис. 3.22

Таким образом, в случае упругого соударения выполняются закон сохранения импульса (3.13) и закон сохранения кинетической энергии, записанный в виде:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 u_1^2}{2} + \frac{m_2 u_2^2}{2}. \quad (3.62)$$

Перепишем законы сохранения (3.13) и (3.62) в виде:

$$\begin{cases} m_1 (\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \\ m_1 (v_1^2 - u_1^2) = m_2 (u_2^2 - v_2^2) \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} m_1 (\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \\ m_1 (\vec{v}_1 - \vec{u}_1) (\vec{v}_1 + \vec{u}_1) = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2) (\vec{u}_2 + \vec{v}_2). \end{cases}$$

Сопоставляя эти уравнения, получаем эквивалентную систему:

$$\begin{cases} m_1 (\vec{v}_1 - \vec{u}_1) = m_2 (\vec{u}_2 - \vec{v}_2), \\ \vec{v}_1 + \vec{u}_1 = \vec{u}_2 + \vec{v}_2. \end{cases} \quad (3.63)$$

Для определения неизвестной скорости u_1 умножим второе уравнение на $(-m_2)$ и сложим

полученное уравнение с первым уравнением системы (3.63).

Таким образом, мы получаем выражение для скорости u_1 :

$$\vec{u}_1 = \frac{(m_1 - m_2)\vec{v}_1 + 2m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}. \quad (3.64)$$

Формулу для скорости $\vec{u}_2$ можно получить, используя свойство исходной системы уравнений (3.13) и (3.62). Заметим, что эта система симметрична относительно индексов 1 и 2; то есть система уравнений остаётся неизменной, если индекс 1 одновременно заменить на 2, а индекс 2 – на 1. Решения должны обладать тем же свойством. Поэтому выражение для скорости $\vec{u}_2$ получается из формулы (3.64) путём одновременной замены индекса 1 на индекс 2 (и наоборот).

Получаем:

$$\vec{u}_2 = \frac{(m_2 - m_1)\vec{v}_2 + 2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \quad (3.65)$$

Рассмотрим несколько частных случаев.

1 Шары имеют одинаковые массы: $m_1 = m_2$. Значения скоростей после столкновения: $\vec{u}_1 = \vec{v}_2$ и $\vec{u}_2 = \vec{v}_1$, то есть после упругого столкновения шары обмениваются скоростями.

2 Шар массой m_2 первоначально покоится. Скорости шаров после столкновения равны:

$$\begin{aligned} \vec{u}_1 &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \vec{v}_1; \\ \vec{u}_2 &= \frac{2m_1\vec{v}_1}{m_1 + m_2}. \end{aligned} \quad (3.66)$$

3 Если шары имеют одинаковые массы, а второй покоится, то $\vec{u}_1 = 0$ и $\vec{u}_2 = \vec{v}_1$. Следовательно, первый шар после столкновения останавливается, а второй движется со скоростью, которую имел первый шар до столкновения.

4 Шар массой m_1 сталкивается с покоящимся телом массой $m_2 \gg m_1$. Например, шар претерпевает упругое столкновение с неподвижной стенкой, причём скорость шара $\vec{v}_1$ перпендикулярна ей. Из выражений (3.66) получаем $\vec{u}_1 = -\vec{v}_1$ и $\vec{u}_2 = 0$; то есть после упругого столкновения шар движется со скоростью, равной по величине скорости до столкновения, но направленной в противоположную сторону.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Два шара массами $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,1 \text{ кг}$ подвешены на нерастяжимых нитях равной длины так, что они соприкасаются друг с другом. Первый шар отклоняют от вертикали на высоту $h_0 = 4 \text{ см}$ и отпускают. Определите высоты h_1 и h_2 , на которые поднимутся шары после их абсолютно упругого центрального удара.

Решение

Дано:

$$m_1 = 0,3 \text{ кг};$$

$$m_2 = 0,1 \text{ кг};$$

$$h_0 = 4 \text{ см}$$

$$h_1 - ?; h_2 - ?$$

Пусть v – скорость первого шара в момент столкновения, а u_1 и u_2 – скорости первого и второго шаров соответственно сразу после столкновения. Тогда закон сохранения импульса, спроецированный на направление движения шаров, принимает вид:

$$m_1 v = m_1 u_1 + m_2 u_2. \quad (1)$$

Если принять положение равновесия шаров за нулевой уровень потенциальной энергии, то при смещении первого шара на высоту h_0 он приобретает потенциальную

энергию $m_1 g h_0$. После столкновения эта энергия перераспределяется между шарами, сначала переходя в кинетическую энергию, а затем, при достижении положений максимального отклонения на высотах h_1 и h_2 , в потенциальную энергию, так что:

$$m_1 g h_0 = m_1 g h_1 + m_2 g h_2. \quad (2)$$

Используя закон сохранения энергии для движения шаров, до и после столкновения, согласно которому потенциальные энергии на высотах h_0 , h_1 и h_2 равны кинетическим энергиям, соответствующим скоростям v , u_1 и u_2 , получаем $v = \sqrt{2gh_0}$, $u_1 = \sqrt{2gh_1}$ и $u_2 = \sqrt{2gh_2}$. Подставляя эти выражения для скоростей в уравнение (1), получаем $m_1 \sqrt{h_0} = m_1 \sqrt{h_1} + m_2 \sqrt{h_2}$, а из уравнения (2) находим $h_2 = m_1(h_0 - h_1)/m_2$.

Из двух последних уравнений следует:

$$m_1 (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1}) = \sqrt{m_1 m_2 (h_0 - h_1)} \quad \text{или} \quad m_1^2 (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1})^2 = m_1 m_2 (\sqrt{h_0} - \sqrt{h_1})(\sqrt{h_0} + \sqrt{h_1}),$$

откуда получаем $h_1 = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 h_0$. Подставляя численные значения высот h_1 и h_2 , на которые поднимаются шары

после столкновения, получаем: $h_1 = \left(\frac{0,3 - 0,1}{0,3 + 0,1}\right)^2 \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 0,01 \text{ м} = 1 \text{ см}; \quad h_2 = \frac{0,3}{0,1} (4 - 1) \cdot 10^{-2} = 0,09 \text{ м} = 9 \text{ см}.$

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Охарактеризуйте столкновения тел, описываемые как упругие (абсолютно упругие).
- 2 Какой закон сохранения выполняется как при упругих, так и при неупругих (пластических) столкновениях тел?
- 3 Два стальных шара движутся по прямой линии на горизонтальной поверхности. Один шар массой $m_1 = 1 \text{ кг}$ движется со скоростью $v_1 = 10 \text{ м/с}$ и догоняет второй шар массой $m_2 = 3 \text{ кг}$, движущийся со скоростью $v_2 = 6 \text{ м/с}$. Каковы скорости шаров после их центрального упругого столкновения? Во сколько раз уменьшится кинетическая энергия первого шара после столкновения? Сопротивлением воздуха и трением пренебречь.
- 4 Тело массой $m_1 = 6 \text{ кг}$ сталкивается с другим телом массой $m_2 = 4 \text{ кг}$, находящимся в покое. Импульс первого тела до столкновения равен $p_1 = 10 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$. Столкновение упругое и центральное. Определите сразу после столкновения: а) импульсы тел (по условию); б) изменение импульса первого тела (Δp_1); в) кинетические энергии тел; г) изменение кинетической энергии первого тела.
- 5 Во сколько раз уменьшится скорость шара после центрального абсолютно упругого столкновения с другим шаром (первоначально покоящимся), масса которого в пять раз меньше массы первого шара?
- 6 Движущееся тело массой $m_1 = 2 \text{ кг}$ сталкивается с другим телом массой $m_2 = 8 \text{ кг}$, находящимся в покое. Считая столкновение упругим и центральным, определите, какая часть кинетической энергии первого тела передаётся второму телу.
- 7 Шар, движущийся со скоростью $v_1 = 4 \text{ м/с}$, претерпевает упругое столкновение с другим шаром той же массы, находящимся в покое. В результате первый шар меняет направление движения на угол $\alpha = 30^\circ$. Определите: а) скорости шаров после столкновения; б) угол β между вектором скорости второго шара и начальным направлением движения первого шара.



ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИКИ

Состояние покоя или поступательного равномерного прямолинейного движения тела называется **механическим равновесием при поступательном движении**, тогда как состояние равномерного вращения вокруг оси называется **вращательным равновесием**. Если тело покоится, равновесие является **статическим**, а при равномерном движении – **динамическим**. В данной главе мы рассмотрим условия равновесия тел.

4.1

Равновесие тела, находящегося под действием компланарных (взаимно пересекающихся в одной плоскости) и сходящихся сил. Равновесие при поступательном движении

Поступательное движение твёрдого тела – это движение, при котором отрезок, соединяющий две произвольные точки твёрдого тела, остаётся параллельным самому себе (рис. 4.1).

Анализируя поступательное движение тела, показанное на рисунке 4.1, мы видим, что отрезок AB , соединяющий произвольные точки A и B , через некоторое время занимает положение $A'B'$. В соответствии с определением абсолютно твёрдого тела, отрезки AB и $A'B'$ имеют одинаковую длину, и, согласно определению поступательного движения, эти отрезки параллельны. Следовательно, четырёхугольник $ABB'A'$ является параллелограм-

мом. Таким образом, перемещения произвольных точек A и B одинаковы $\vec{AA'} = \vec{BB'}$. Поскольку точки выбраны произвольно, перемещения, скорости и ускорения всех точек твёрдого тела при поступательном движении одинаковы. Следовательно, твёрдое тело, совершающее поступательное движение можно рассматривать как материальную точку (точечное тело), даже если размеры тела нельзя считать пренебрежимо малыми.

Значит, условия равновесия, применимые к материальной точке, справедливы и для твёрдого тела, совершающего поступательное движение.

В соответствии с принципом инерции, материальная точка покоится или движется равномерно и прямолинейно, если на неё не действуют другие тела или равнодействующая сил равна нулю.

Таким образом, получаем **условие равновесия твёрдого тела при поступательном движении**.

Материальная точка или твёрдое тело, совершающее поступательное движение, находится в состоянии равновесия, если равнодействующая R всех сходящихся сил $F_1, F_2, \dots, F_n$, действующих на материальную точку или на абсолютно твёрдое тело, равна нулю.

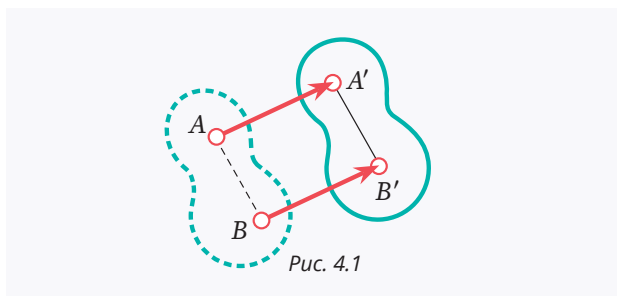


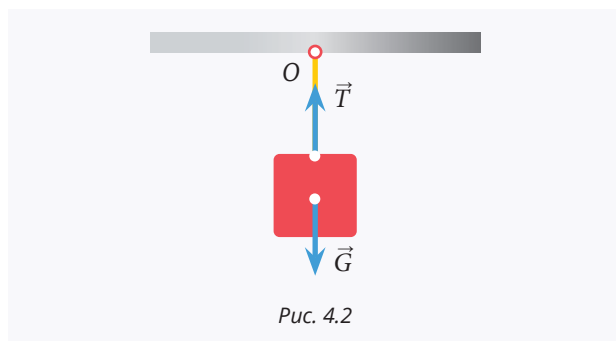
Рис. 4.1

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = 0. \quad (4.1)$$

Силы называются сходящимися, если линии их действия пересекаются в одной точке. В большинстве случаев тело, находящееся в состоянии равновесия, взаимодействует с другими телами, например, с нитями, стержнями или телами, имеющими плоские, цилиндрические или иные поверхности. Эти тела ограничивают движение рассматриваемого тела и называются **телами связи** или, проще, **связями**.

Связи действуют на исследуемое тело с силами, которые называют **силами реакции** или **силами связи**.

Рассмотрим пример. На тело, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, действуют сила натяжения нити $\vec{T}$ (сила связи) и сила тяжести $\vec{G}$ (рис. 4.2). В данном случае условие равновесия (4.1) принимает вид $\vec{T} + \vec{G} = 0$ или $\vec{T} = -\vec{G}$. Таким образом, модуль силы натяжения нити равен $|\vec{T}| = |\vec{G}|$.



В некоторых случаях направления сил реакции известны, так как направлены вдоль тела, создающего связь. Например, направление силы реакции совпадает с направлением, в котором движение точечного тела ограничивается данной связью. Так, например, нить препятствует движению тела от точки подвеса O (рис. 4.2); реакция нити – сила натяжения – направлена вдоль нити к точке подвеса.

В случаях, когда связи представляют собой стержни, шарнирно закреплённые на концах, реакции направлены вдоль этих стержней. Однако направление сил зависит от вида деформации стержня (рис. 4.3, а): сжатие (стержень BC) или растяжение (стержень AB). Наконец, если связь образована телом с плоской поверхностью (в точке A на рис. 4.3, б) или же рассматриваемое тело имеет плоскую поверхность, соприкасающуюся с другим телом (точка B на рис. 4.3, б), то сила реакции направлена по нормали к этой плоской поверхности.

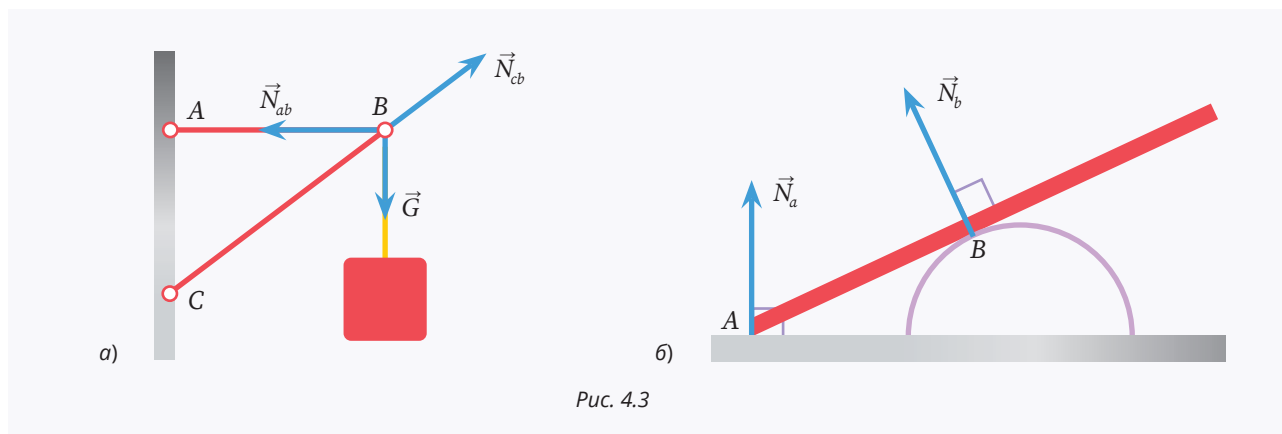
Определение связей или неизвестных сил, действующих на твёрдое тело, находящееся в равновесии, может осуществляться графическим или аналитическим методом. Графический метод предполагает построение многоугольника сил в выбранном масштабе и определение искомых величин.

Аналитический метод применяется гораздо чаще – предполагает выбор системы координат таким образом, чтобы максимально упростить решение (например, направив как можно больше сил вдоль координатных осей), затем переходят от записи уравнений в векторном виде (4.1) к уравнениям в скалярном виде, выражающим проекции сил:

$$\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + \dots + F_{nx} &= 0, \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots + F_{ny} &= 0, \\ F_{1z} + F_{2z} + \dots + F_{nz} &= 0. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Условия равновесия в скалярном виде (4.2) эквивалентны условию равновесия в векторном виде (4.1).

В случае системы сил ориентированных на плоскости, для упрощения, одну из осей (обычно Oz) выбирают перпендикулярно плоскости, в которой лежат силы, при этом все слагаемые в третьем уравнении системы (4.2) обращаются в нуль. Таким образом, система (4.2) сводится к системе всего из двух уравнений.



ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Уличный фонарь массой $m = 12$ кг подвешен на горизонтальном стержне AB , шарнирно закреплённом в точке A , и удерживается тросом BC , образующим со стержнем угол $\alpha = 30^\circ$ (рис. 4.4). Определите силу натяжения троса и силу сжатия стержня. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/с².

Решение

Дано:

$$m = 12 \text{ кг};$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$T - ?, N_{AB} - ?$$

На рисунке 4.5 показана система сил, приложенных в точке B : вес фонаря $\vec{G} = m\vec{g}$, сила натяжения троса $\vec{T}$ и сила реакции стержня $\vec{N}_{AB}$. Точка подвеса B неподвижна, следовательно, согласно условию равновесия поступательно движущегося тела (4.1), сумма действующих на систему сил равна нулю: $\vec{T} + \vec{N}_{AB} + \vec{G} = 0$.

Выберем направление координатных осей так, как показано на рисунке 4.5, и перейдём от уравнения в векторном виде к уравнениям для проекций сил на эти оси:

$$\text{на ось } Bx: T \cos \alpha - N_{AB} = 0,$$

$$\text{на ось } By: T \sin \alpha - G = 0.$$

Из уравнений, выражающих условия равновесия, находим: $T = \frac{G}{\sin \alpha} = \frac{mg}{\sin \alpha}$; $T = 240$ Н и $N_{AB} = T \cos \alpha$; $N_{AB} \approx 208$ Н.

В соответствии с принципом равенства действия и противодействия, деформирующие силы по модулю равны силам реакции связей. Следовательно, сила, растягивающая трос, равна силе его натяжения $T = 240$ Н, а сила, сжимающая стержень, равна силе реакции стержня $N_{AB} \approx 208$ Н.

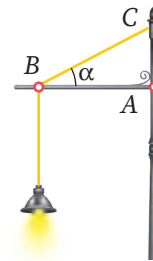


Рис. 4.4

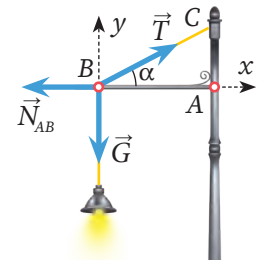


Рис. 4.5

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Поясните утверждение: тело, совершающее поступательное движение, находится в состоянии равновесия.
- 2 Тело, совершающее поступательное движение, находится в состоянии динамического равновесия относительно инерциальной системы отсчёта. Существуют ли системы отсчёта, в которых данное тело будет находиться в состоянии статического равновесия? Поясните ответ.
- 3 Сформулируйте условие равновесия твёрдого тела, совершающего поступательное движение.
- 4 Дайте определение понятия *тела связи*.
- 5 Объясните, как направлена сила реакции, действующая со стороны стержня, закреплённого шарнирно, и от чего зависит её направление.
- 6 **ИНЖ** Груз массой $m = 60$ кг подвешен на тросе с пределом прочности на разрыв $T_p = 1176$ Н. К концу троса, на котором висит груз, приложена горизонтальная сила $\vec{F}$ (рис. 4.6). Определите минимальный угол α , который трос может образовать с линией горизонта, и величину силы $\vec{F}$, соответствующую этому углу.
- 7 **ИНЖ** Уличный фонарь, освещающий проезжую часть, подвешен посередине троса длиной $l = 30$ м. Точка подвеса фонаря находится на расстоянии $h = 1,2$ м ниже точек крепления концов троса к опорам. Определите силу натяжения троса, если масса фонаря составляет $m = 16$ кг.
- 8 **ИНЖ** Сфера массой $m = 2,4$ кг и радиусом $r = 6$ см подвешена на нити длиной $l = 24$ см; другой конец нити закреплён в точке на гладкой вертикальной стене (рис. 4.7). Чему равны сила натяжения нити и сила, с которой сфера давит на стену?
- 9 **ИНЖ** Брусок массой 4 кг лежит на горизонтальной поверхности. Коэффициент трения между бруском и поверхностью равен 0,3. На брусок слева действует в горизонтальном направлении, с силой $F_1 = 14$ Н. Определите минимальное значение горизонтальной силы F_2 , приложенной к бруску справа в направлении, противоположном F_1 , при котором брусок останется в равновесии.

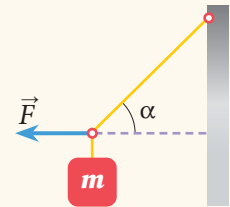


Рис. 4.6

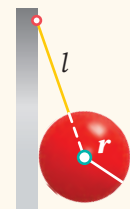


Рис. 4.7

При решении задач 7–9 принять $g = 10$ м/с².

Момент силы. Вращательное равновесие твёрдого тела

Проведём эксперимент, в котором используем диск с небольшими гвоздями, прибитыми к диску, гвоздями, на равных расстояниях друг от друга вдоль двух радиальных взаимно перпендикулярных линий. Ось вращения проходит через центр диска (рис. 4.8). К двум гвоздям, расположенным на одной из радиальных линий, приложим силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, равные по модулю, линии действия которых параллельны, а направления противоположны (рис. 4.8, а). Систему сил такого рода называют **парой сил**, а расстояние d между линиями действия сил, составляющих эту пару, называют **плечом пары сил**.

Согласно определению, равнодействующая сил, образующих пару, равна нулю: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$. Хотя равнодействующая сил, действующих на диск, равна нулю, диск не остаётся в состоянии покоя, а вращается до тех пор, пока не займёт положение, в котором силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$ будут иметь общую линию действия, проходящую через ось вращения (рис. 4.8, б).

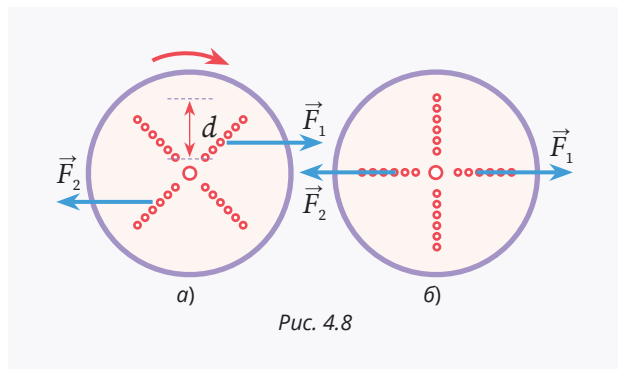


Рис. 4.8

Эксперимент демонстрирует следующее: условие равновесия (4.1) недостаточно для того, чтобы тело находилось в равновесии, поскольку данное условие не исключает возможности вращательного движения.

Чтобы определить условие равновесия при вращательном движении, проведём эксперимент, в котором используем диск из предыдущего опыта, закрепив его на штативе. Прикрепим к диску лист бумаги и приведём систему в состояние вращательного равновесия, подобное показанному на рисунке 4.9, а. С помощью карандаша отмечаем на бумаге линии действия тел, подвешенных на нитях. Снимаем лист бумаги с диска и проводим линии действия сил (продлевая линии вдоль нитей). Из-

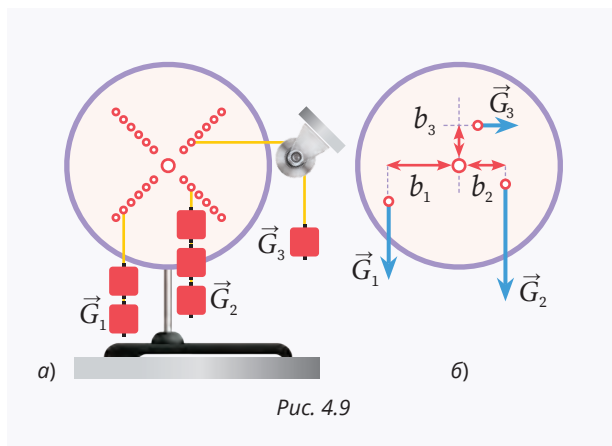


Рис. 4.9

меряем расстояния b_1 , b_2 и b_3 от оси вращения до этих линий.

Сила $\vec{G}_1$ поворачивает диск против часовой стрелки (в тригонометрическом смысле), тогда как силы $\vec{G}_2$ и $\vec{G}_3$ поворачивают диск по часовой стрелке (рис. 4.9, б). Вычислим величины $G_1 b_1$ и $G_2 b_2 + G_3 b_3$. Заметим, что они удовлетворяют условию:

$$G_1 b_1 = G_2 b_2 + G_3 b_3. \quad (4.3)$$

Величина b , равная расстоянию от оси вращения до линии действия силы, называется плечом силы относительно этой оси.

Введём величину, называемую **моментом силы относительно оси вращения**:

$$M = \pm F \cdot b. \quad (4.4)$$

Момент силы равен произведению силы на её плечо. Условно знак момента силы определяется направлением возможного вращения: со знаком «плюс» принимается вращение, под действием силы, против часовой стрелки (принятое в тригонометрии положительное направление), а со знаком «минус» – по часовой стрелке.

Физический смысл момента силы заключается в количественном описании вращательного действия, которое сила оказывает на твёрдое тело.

Единицей измерения момента силы в СИ является **ньютон-метр** (Н·м). Заметим, что для момента силы произведение Н·м не следует записывать как Дж (джоуль), как это делалось для единицы измерения механической работы.

В случае эксперимента, представленного на рисунке 4.9, моменты силы тяжести равны $M_1 = G_1 b_1$, $M_2 = -G_2 b_2$ и $M_3 = -G_3 b_3$, а условие (4.3) записывается следующим образом:

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0. \quad (4.5)$$

В общем виде **условие вращательного равновесия твёрдого тела** имеет вид:

$$M_1 + M_2 + \dots + M_n = 0. \quad (4.6)$$

Твёрдое тело находится в состоянии вращательного равновесия, если алгебраическая сумма моментов всех сил относительно оси вращения равна нулю.

Вращательное равновесие имеет огромное практическое значение в технике и повседневной жизни. Например, в рычажных весах вращательное равновесие используется для измерения массы; в башенных кранах длинная стрела с грузами

уравновешивается противовесом; когда человек поднимает тяжести, его предплечье действует как рычаг (см. задачу 8 на стр. 117) и т. д.

Таким образом, твёрдое тело находится в равновесии относительно инерциальной системы отсчёта только тогда, когда выполняются оба условия равновесия – для поступательного движения (4.1) и для вращательного движения (4.6):

$$\begin{aligned} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n &= 0, \\ M_1 + M_2 + \dots + M_n &= 0. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Следует отметить, что для системы сил на плоскости ось вращения, перпендикулярную плоскости, можно выбирать произвольно, при условии, что равнодействующая этих сил равна нулю. Поэтому ось вращения, используемую для вычисления суммы моментов, выбирают таким образом, чтобы моменты как можно большего числа сил равнялись нулю.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Однородный стержень AB массой $m = 24$ кг и длиной $l = 2$ м расположен на гладком полу, опираясь на ребро выступа C , расположенное на высоте $h = 1,5$ м от пола. Стержень образует с полом угол $\alpha = 60^\circ$ и удерживается горизонтальным тросом AD , натянутым параллельно полу (рис. 4.10, а). Приняв $g = 10$ м/с², определите:

- а) силу реакции в точке C ;
- б) силу натяжения троса;
- в) силу реакции со стороны пола.

Решение

Дано:

$m = 24$ кг;
 $l = 2$ м;
 $h = 1,5$ м;
 $\alpha = 60^\circ$

- а) N_c – ?; б) T – ?;
- в) N_a – ?

На стержень действуют следующие силы: сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}_a$ со стороны пола, сила реакции $\vec{N}_c$ со стороны выступа (перпендикулярная стержню) и сила натяжения троса $\vec{T}$ (рис. 4.10, б). Условие равновесия для стержня: $m\vec{g} + \vec{N}_a + \vec{N}_c + \vec{T} = 0$.

Проецируя силы на координатные оси, представленные на (рис. 4.10, б), получаем:

$$\text{на ось } O_x: \quad N_c \sin \alpha - T = 0; \quad (1)$$

$$\text{на ось } O_y: \quad -mg + N_a + N_c \cos \alpha = 0. \quad (2)$$

К полученным уравнениям, содержащим три неизвестные величины (N_a , N_c и T), добавляем третье, выражающее условие вращательного равновесия. Приравняем к нулю сумму моментов сил относительно оси, проходящей через точку A перпендикулярно плоскости рисунка. Моменты сил реакции N_a и T относительно этой оси равны нулю. В результате получаем уравнение с одним неизвестным:

$$mg \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha - N_c \cdot AC = 0. \quad (3)$$

- а) Расстояние $AC = \frac{h}{\sin \alpha}$, следовательно, уравнение (3) можно представить в виде:
 $mg \cdot \frac{l}{2} \cos \alpha - N_c \cdot \frac{h}{\sin \alpha} = 0$, откуда и выражаем силу реакции в точке C :

$$N_c = \frac{mgl \sin \alpha \cos \alpha}{2h}; \quad N_c \approx 69,3 \text{ Н.}$$

- б) Из уравнения (1) выражаем силу натяжения троса, поддерживающего стержень:
 $T = N_c \sin \alpha$; $T \approx 60,0$ Н.
- в) Силу реакции со стороны пола определяем из уравнения (2): $N_a = mg - N_c \cos \alpha$;
 $N_a \approx 205,4$ Н.

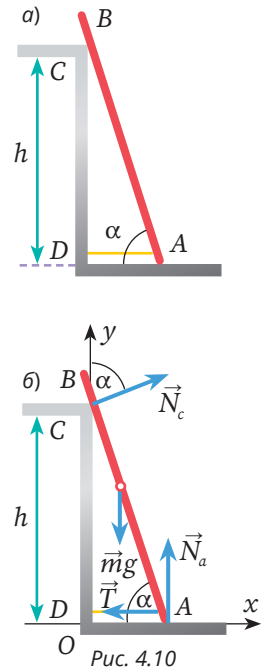


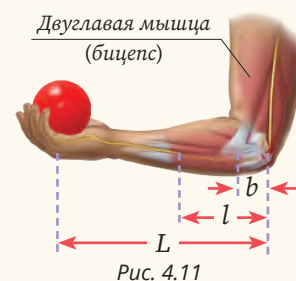
Рис. 4.10

Проанализируйте и примените!

- ▶ Тело подвешено к потолку на двух одинаковых нитях, которые образуют равные углы с горизонталью. Возможно ли, чтобы натяжение в каждой нити было равно весу тела? Поясните ответ.
- ▶ Расстояние между линиями действия пары сил величиной F равно d . Вычислите момент пары сил, как сумму моментов составляющих сил, относительно оси, перпендикулярной плоскости, в которой расположены силы. Зависит ли момент пары сил от положения оси?
- ▶ Возьмите стержень длиной не менее 1 м и попробуйте удерживать его горизонтально: сначала взявшись за один конец, а затем – за середину. В каком случае удерживать стержень в горизонтальном положении легче? Объясните, почему.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение понятия *плечо силы* относительно оси вращения.
- 2 Дайте определение понятия *момент силы*.
- 3 Сформулируйте условие равновесия твёрдого тела с неподвижной осью вращения.
- 4 Как изменится условие вращательного равновесия тела, если принять иное правило знаков для моментов сил, в частности, если считать моменты, направленные по часовой стрелке, положительными, а моменты, направленные против часовой стрелки (в тригонометрическом направлении) – отрицательными?
- 5 Как называется система, состоящая из двух параллельных сил, равных по модулю и противоположных по направлению, действующих на одно и то же тело?
- 6 **ИНЖ** Двое рабочих одинакового роста несут груз, расположенный на доске длиной 1 м, причём края доски лежат у них на плечах. Расстояние от груза до плеча одного из рабочих составляет 0,55 м, а сила, действующая на плечо этого рабочего, равна 450 Н. Определите силу, действующую на плечо второго рабочего. Массой доски пренебречь.
- 7 К концам однородного стержня массой $m = 2$ кг и длиной $l = 1,2$ м подвешены два тела массами $m_1 = 4$ кг и $m_2 = 6$ кг. На каком расстоянии от конца, к которому подвешено тело m_1 , должна находиться точка опоры, чтобы стержень находился в равновесии?
- 8 **БИО** Человек держит в руке тело массой 1 кг удерживая предплечье в горизонтальном положении, рука удерживается действием двуглавой мышцы (бицепса). Длина предплечья $L = 34$ см, а сила тяжести $G = 14$ Н, действующая из центра тяжести, расположенного на расстоянии $l = 15$ см от локтя (рис. 4.11). С какой силой F , направленной перпендикулярно предплечью, должен действовать бицепс для удержания предплечья в горизонтальном положении, если точка приложения силы находится на расстоянии $b = 4$ см от локтя?
- 9 Рабочий удерживает за верхний край доску массой $m = 30$ кг таким образом, что она образует угол $\alpha = 30^\circ$ с горизонтом. Определите величину силы, прикладываемой рабочим перпендикулярно доске. Какова величина этой силы, если рабочий станет действовать на доску вертикально?
- 10 **ИНЖ** Масса дорожного катка составляет 3600 кг, а радиус массивного металлического цилиндра – 45 см. Определите горизонтальную тяговую силу, необходимую для того, чтобы перекатить каток через камень высотой 9 см.
- 11 **ИНЖ** Однородный рычаг с плечами 0,45 м и 0,60 м находится в равновесии под действием силы 80 Н, приложенной к более короткому плечу. Определите силу, с которой рычаг давит на точку опоры.
- 12* **ИНЖ** Лестница длиной $l = 4$ м и массой $m = 18$ кг прислонена к гладкой вертикальной стене под углом $\alpha = 30^\circ$. На какую максимальную высоту человек может подняться по лестнице до того, как она начнёт скользить, если коэффициент трения между лестницей и полом равен $\mu = 0,3$, а масса человека в $n = 4$ раза превышает массу лестницы? С какой силой лестница давит на стену, когда человек находится на этой высоте?
- 13* **ИНЖ** Однородный стержень согнули под прямым углом таким образом, что длина одного из участков составляет $1/3$ от общей длины стержня. Стержень подвесили на гвоздь в месте сгиба. Какой угол образует более короткий участок стержня с линией горизонта?



При решении задач 8–10 и 12 принять $g = 10$ м/с².

Лабораторная работа

№ 7*

Проверка условия равновесия тела, имеющего ось вращения и находящегося под действием нескольких сил

Цель работы

Экспериментальное исследование вращательного равновесия.

Оборудование

Штатив с зажимом, тело правильной плоской формы (квадрат, диск, равносторонний треугольник и т. д.), металлический гвоздь, школьный динамометр, набор маркированных грузов, линейка с миллиметровыми делениями, булавки, нить и лист белой бумаги.

Краткая теория

В данном лабораторном эксперименте исследуем равновесие тела – квадратного листа фанеры, на который действуют четыре различные силы, приложенные в произвольно выбранных точках (рис. 4.12). Поскольку точки приложения выбраны произвольно, для обеспечения равновесия необходима дополнительная сила, в данном случае – сила упругости пружины школьного динамометра. Используя соотношение (4.4) для определения момента силы, проверяем выполнение условия равновесия относительно оси вращения (4.6).

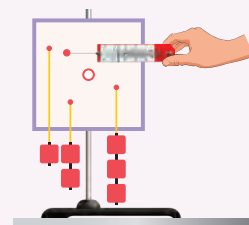


Рис. 4.12

Ход работы:

- 1 Изготовьте из фанеры квадрат со стороной $15 \div 20$ см; просверлите отверстие диаметром $4 \div 5$ мм в точке пересечения диагоналей и вставьте металлический гвоздь, который будет служить осью вращения. Закрепите лист бумаги на поверхности квадрата.
- 2 Соберите установку, представленную на рисунке 4.12, обеспечив строго горизонтальное положение одной из сторон квадрата, и убедитесь в том, что квадрат может свободно вращаться.
- 3 Отметьте четыре точки на поверхности квадрата, покрытого бумагой, и вставьте в них булавки; подвесьте к трём из этих булавок маркированные грузы на нитях, а к четвёртой прикрепите школьный динамометр.
- 4 Тяните динамометр в горизонтальном направлении, медленно увеличивая силу упругости пружины F до достижения равновесия.
- 5 Снимите лист бумаги с фанеры. Из центра вращения (положение гвоздя) проведите перпендикуляры

к линиям действия приложенных к фанере сил и измерьте плечи сил с помощью миллиметровой линейки. Занесите в таблицу значения масс маркированных грузов, показания динамометра и величины плеч сил.

Направление вращения	m , (10^{-3} кг)	F , (Н)	b , (10^{-3} м)	M , (Н·м)	$M_{\text{сум}}$, (Н·м)
по часовой стрелке					
против часовой стрелки					

- 6 Рассчитайте значения моментов для каждой силы, а также суммарный момент сил, вращающих квадрат по часовой стрелке, и суммарный момент сил, вращающих его против часовой стрелки. Занесите полученные значения в таблицу.
- 7 Сравните значения суммарных моментов $M_{\text{сум}}$, представленные в последнем столбце таблицы, и сделайте выводы на основе полученных результатов.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Определите условие, которое должно выполняться для достижения равновесия квадрата.
- 2 Объясните, почему в лабораторном эксперименте удобнее, чтобы упругая сила, создаваемая пружиной динамометра, действовала в горизонтальном направлении.

Центр тяжести системы материальных точек

Рассмотрим твёрдое тело, размеры которого значительно меньше радиуса Земли. Мысленно разделим это тело на большое количество n малых тел, объёмом V_i массами m_i . На каждое действует сила тяжести $G_i = m_i g$. Поскольку размеры тел малы, можно считать, что силы направлены параллельно.

Равнодействующая параллельных сил, $\vec{G} = \vec{G}_1 + \vec{G}_2 + \dots + \vec{G}_n$, представляет собой силу тяжести, а точка её приложения называется центром тяжести тела.

Центр тяжести – это точка, относительно которой суммарный момент сил тяжести, действующих на тело, равен нулю.

Определение положения центра тяжести особенно важно в технике – устойчивость зданий, башен, станков, плотин, судов, автомобилей и т. д.

а Определение положения центра тяжести тела

Определить положение центра тяжести однородного и симметричного тела довольно просто. Например, кольцо, плоская фигура в форме параллелограмма одинаковой толщины, сфера, цилиндр и прямоугольная призма имеют центры симметрии, которые совпадают с положением центра тяжести. Следует отметить, что центр тяжести может находиться и вне тела – например, положение центра тяжести кольца. Центр тяжести усечённого конуса (рис. 4.13, а) располагается на оси симметрии OO' . Молоток (рис. 4.13, б) симметричен относительно двух плоскостей – P и P' . Центр тяжести молотка находится на линии пересечения плоскостей симметрии.

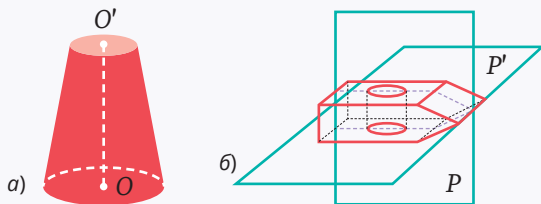


Рис. 4.13

Определим положение центра тяжести однородной треугольной пластины одинаковой толщины. Разделим мысленно треугольник на узкие полоски, параллельные одной из его сторон, например, стороне AD (рис. 4.14). Центр тяжести каждой полоски находится посередине; следовательно, центры тяжести всех полосок лежат на медиане BE , а значит, и центр тяжести треугольника лежит на этой линии. Если разделить треугольник на полоски, параллельные стороне AB , то придём к тому, что центр тяжести лежит на медиане DF . Следовательно, центр тяжести C треугольной пластины одинаковой толщины находится в точке пересечения медиан. Известно, что точка пересечения делит медиану в определённом соотношении: $EC : CB = FC : CD = 1 : 2$.

Положение центра тяжести плоской фигуры, имеющей неоднородную структуру или неправильную форму, проще определить экспериментально. Тело подвешивают на нити. В состоянии равновесия сила тяжести, действующая из центра тяжести тела, уравнивается силой натяжения нити. Следовательно, силы действуют вдоль одной прямой. Центр тяжести лежит на линии, определяемой линией действия нити. На теле отмечают соответствующую линию AA' (рис. 4.15, а). Эксперимент повторяют, подвесив тело в другой точке, например в точке B (рис. 4.15, б), и отмечают линию BB' (направление нити). В точке C пересечения линий (AA' и BB') находится центр тяжести тела.

Очевидно, что тело, закреплённое в центре тяжести, сохраняет равновесие в любом положении, если на него действует только сила тяжести.

Положение центра тяжести важно для анализа устойчивости тел. Рассмотрим тело, имеющее оп-

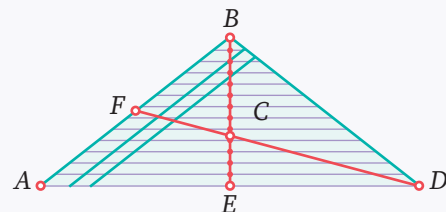


Рис. 4.14

ру, например цилиндр. На *рисунке 4.16* показано, что в случае (а) тело находится в равновесии (сила тяжести уравнивается силой реакции опоры), тогда как в случае (в) тело опрокидывается. В случае (б) тело находится в предельном состоянии, то есть в состоянии неустойчивого равновесия.

Тело, имеющее опору, находится в состоянии устойчивого равновесия, если вертикальная линия, опущенная из центра тяжести, пересекает площадь опоры.

Характер равновесия тела определяется тем, на какую из возможных поверхностей оно опирается. *Рисунок 4.17* иллюстрирует ситуацию, когда тело наклоняют на один и тот же угол α и отпускают: в случае (а) оно возвращается в исходное положение, а в случае (б) – опрокидывается. Устойчивость равновесия возрастает при понижении центра тяжести тела относительно опоры. Позже, мы придём к данному выводу, исходя из других соображений.

Если тело соприкасается с опорой в нескольких точках, то площадь опоры определяется областью, ограниченной контуром, образованным соединением крайних точек соприкосновения с опорой. На *рисунке 4.18* показана площадь опоры стола.

6 Равновесие тела в поле гравитационных сил

Рассмотрим состояние механического равновесия тела в гравитационном поле, когда на него действуют силы тяготения Земли и силы реакции связей.

Тело находится в состоянии статического равновесия, если оно неподвижно относительно инерциальной системы отсчёта. Необходимым условием равновесия тела в такой системе отсчёта является равенство нулю векторной суммы всех действующих на него сил. Однако является ли это условие достаточным для того, чтобы равновесие было устойчивым?

Предположим, что потенциальная энергия гравитационных сил в начальном состоянии E_{n1} больше, чем в конечном: $E_{n2} < E_{n1}$. Тогда из соотношения (3.37) следует, что работа, совершаемая силой тяжести, положительна: $L_{12} > 0$. Следовательно, угол между направлением силы и направлением перемещения острый. Это означает, что проекция силы тяжести на направление перемещения ориентирована вдоль траектории движения, то есть направлена в сторону убывания потенциальной энергии.

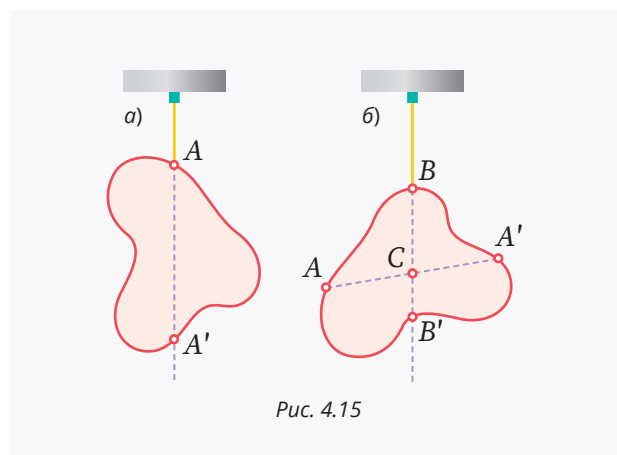


Рис. 4.15

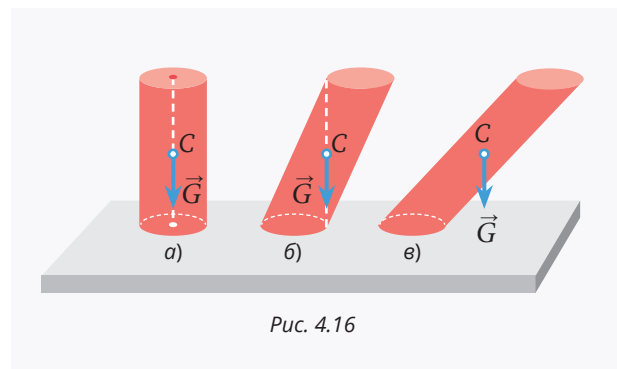


Рис. 4.16

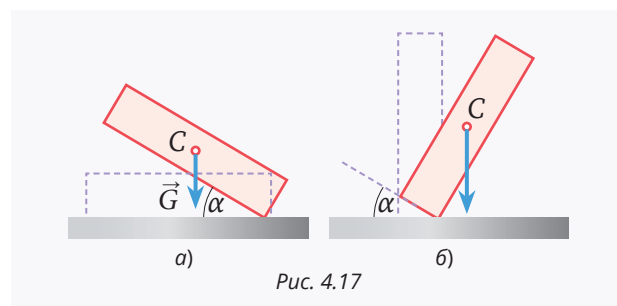


Рис. 4.17

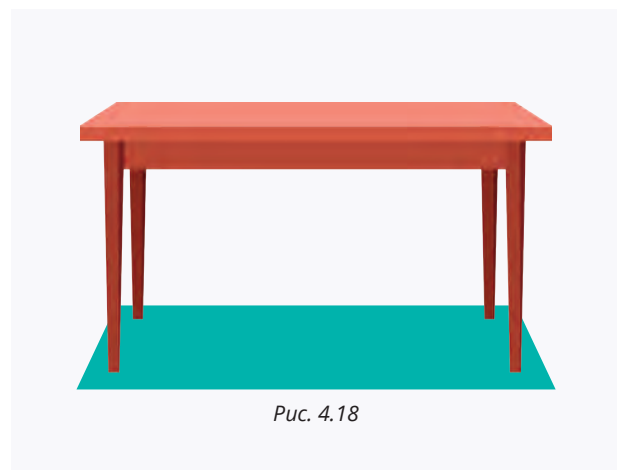


Рис. 4.18

Связь между механической работой и потенциальной энергией гравитационных сил позволяет определить условия **состояния устойчивого механического равновесия тела** в поле гравитационных сил.

Рассмотрим равновесие шарика в трёх различных случаях (рис. 4.19). В положении равновесия 1, сила тяжести $m\vec{g}$, действующая на шарик, уравновешивается силой нормальной реакции $\vec{N}$ со стороны поверхности, на которой шарик находится. Чтобы определить устойчивость состояния равновесия, мысленно сместим шарик из положения равновесия (в состояние 2 на рис. 4.19) и проследим за его поведением шарика.

В положении 1, показанном на рисунке 4.19, а, потенциальная энергия шарика максимальна. Если шарик сместить в положение 2, его потенци-

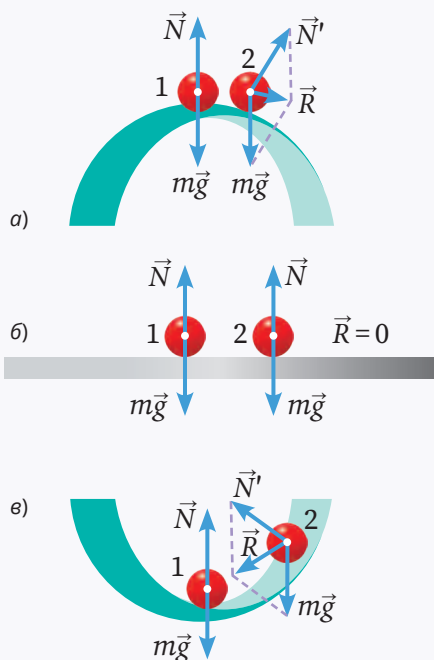


Рис. 4.19

альная энергия уменьшится, а равнодействующая сил $\vec{R}$, действующая на шарик, направлена от положения равновесия. Такое равновесие – состояние 1 (рис. 4.19, а) – называют состоянием **неустойчивого равновесия**. При малейшем смещении шарика удаляется от исходного положения.

На горизонтальной поверхности (рис. 4.19, б) при смещении шарика из положения равновесия 1 его потенциальная энергия остаётся неизменной ($\Delta E_{\text{п}} = 0$), следовательно, в горизонтальном направлении равнодействующая сил на шарик равна нулю. К такому же результату приводит и сложение сил, действующих на шарик в положении 2. Шарик сохраняет равновесие, называемое состоянием **безразличного равновесия**.

Наконец, в состоянии равновесия 1, показанном на рисунке 4.19, в, потенциальная энергия шарика минимальна. При небольшом смещении из данного положения потенциальная энергия шарика возрастает (положение 2). В результате на шарик действует сила, направленная противоположно смещению, то есть в направлении положения равновесия. Аналогичный результат получается и при сложении сил, действующих на шарик в положении 2 (рис. 4.19, в). Состояние равновесия 1, представленное на рисунке, называют состоянием **устойчивого равновесия**.

Обобщая, можно сделать следующие выводы:

Состояние неустойчивого равновесия – это состояние, в котором потенциальная энергия гравитационных сил, действующих на тело максимальна; состояние устойчивого равновесия – это состояние, в котором потенциальная энергия тела минимальна, а состояние безразличного равновесия соответствует неизменному значению потенциальной энергии при любых малых смещениях тела из данного положения.

Выводы относительно устойчивости механического равновесия справедливы в любом поле консервативных сил. Можно утверждать, что состояние устойчивого равновесия системы тел в поле консервативных сил – это состояние с минимальной потенциальной энергией.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните физический смысл понятия *центр тяжести*.
- 2 Сформулируйте условие, при котором тело, расположенное на опоре, находится в состоянии устойчивого равновесия.
- 3 Объясните, как определяется центр тяжести плоских фигур произвольной формы.
- 4 Охарактеризуйте виды равновесия тел, находящихся в гравитационном поле Земли с точки зрения потенциальной энергии тела.

Обеспечение устойчивого равновесия в инженерных сооружениях/конструкциях

Цель проекта

Осмысление значимости равновесия различных тел и систем.

Сформируйте 4 рабочие группы.

Обсудите план и распределите обязанности между командами.

Выполните проект STEAM, реализова исследование в соответствии со следующими рекомендациями:

Исследуйте эволюцию научных представлений о равновесии тел от античной механики до наших дней и **сформулируйте** математические и физические условия, ставшие основой для расчётов современных устойчивых конструкций.

Проанализируйте равновесие в природе и механизмы, созданные человеком, работа которых основана на принципах равновесия тел.

Объясните значение равновесия для жизнедеятельности человека, животных и экосистем, опираясь на знания, полученные при изучении других школьных предметов.

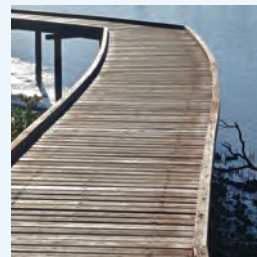
Выберите пример из природы, техники или быта, в котором равновесие играет ключевую роль, и **создайте** творческую работу (рисунок, коллаж, цифровую иллюстрацию или работу, выполненную в иной технике – на ваш выбор), наглядно демонстрирующую равновесие с помощью цвета, линий, форм и т. д.

Предложите варианты решения реальных практических задач по изученной теме и **обоснуйте** значимость этих решений для конечных пользователей.

Проанализируйте городскую и транспортную инфраструктуру, выявите недостатки в её проектировании и обеспечении устойчивости, которые могут угрожать безопасности людей. **Разработайте** комплекс инженерно-технических решений, обеспечивающих создание инклюзивной и безопасной, доступной для всех.

Оцените возможность реализации предложенных решений в вашем населённом пункте. **Учитывайте** их стоимость, безопасность и доступность для разных групп пользователей, включая детей, пожилых людей и лиц с ограниченной мобильностью.

Подготовьте презентацию в PowerPoint, в которой отражены этапы исследования и результаты, полученные в ходе реализации проекта.



Центр тяжести тела/системы тел. Центр масс тела/системы тел

Определим положение центра тяжести системы, состоящей из двух однородных шаров, соединённых тонким стержнем. Для простоты будем считать, что масса стержня много меньше масс m_1 и m_2 шаров, а радиусы шаров много меньше длины стержня. В этом случае массой стержня пренебрегаем, а шары рассматриваем как точечные тела.

Рассмотрим вывод формулы для определения координат центра тяжести двух точечных тел (шаров), при условии, что координаты тел известны. Система координат представлена на рисунке 4.20, используем соответствующие обозначения. Применяя условие вращательного равновесия (4.6), получаем:

$$G_1 b_1 \cos \alpha = G_2 b_2 \cos \alpha. \quad (4.8)$$

Из соотношения (4.8) выразим отношение сил тяжести:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{b_2}{b_1}. \quad (4.9)$$

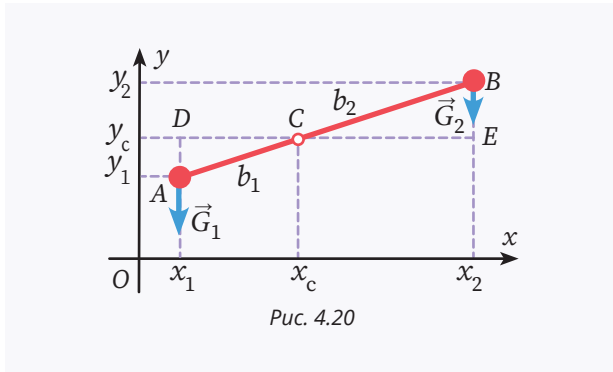


Рис. 4.20

Прямоугольные треугольники CDA и CEB подобны. Запишем отношение соответствующих сторон:

$$\frac{BC}{AC} = \frac{CE}{CD} = \frac{BE}{AD}. \quad (4.10)$$

Из рисунка видно, что $BC = b_2$, $AC = b_1$, $CE = x_2 - x_c$, $DC = x_c - x_1$, $BE = y_2 - y_c$ и $AD = y_c - y_1$. Соотношения (4.10) принимают вид:

$$\frac{b_2}{b_1} = \frac{x_2 - x_c}{x_c - x_1} = \frac{y_2 - y_c}{y_c - y_1}.$$

С учётом соотношения (4.9) можно записать:

$$\frac{G_1}{G_2} = \frac{x_2 - x_c}{x_c - x_1} \quad \text{и} \quad \frac{G_1}{G_2} = \frac{y_2 - y_c}{y_c - y_1}.$$

Отсюда получаем выражение для координат центра тяжести двух шаров (точечных тел):

$$x_c = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2}{G_1 + G_2}; \quad y_c = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2}{G_1 + G_2}. \quad (4.11)$$

Отметим, что эти формулы сохраняют свой вид и для системы, состоящей из нескольких материальных:

$$x_c = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2 + \dots + G_n x_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n};$$

$$y_c = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2 + \dots + G_n y_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_n}. \quad (4.12)$$

Аналогичную формулу можно записать и для координаты z_c для случая, когда материальные точки не лежат в одной плоскости.

Подставив $G_1 = m_1 g$ и $G_2 = m_2 g$ в формулы (4.11) и сократив на g , получаем:

$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2};$$

$$y_c = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}. \quad (4.13)$$

Очевидно, что формулы (4.13) получаются и когда на точечные тела действуют параллельные силы, величины которых пропорциональны их массам: $\vec{F}_1 = m_1 \vec{k}$, $\vec{F}_2 = m_2 \vec{k}$, где $\vec{k}$ — представляет собой ускорение, которое, в случае гравитационных сил, совпадает с ускорением свободного падения $\vec{g}$. Таким образом, формулы (4.13) носят более общий характер, чем формулы (4.11).

Точка C , координаты которой определяются формулами (4.13), называется центром масс системы материальных точек.

Понятие «центр масс» применяется даже тогда, когда на материальные точки не действуют параллельные гравитационные силы, например, в состоянии невесомости.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Две однородные сферы радиусами r и $2r$, изготовленные из одного и того же материала, соединены в точке касания. Определите положение центра тяжести системы сфер относительно точки их касания.

Решение

Дано:

$$R_1 = r;$$

$$R_2 = 2r;$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

$$x_c = ?$$

Рассмотрим механическую систему, изображенную на рисунке 4.21. Центр тяжести системы, точка C , лежит на оси Ox , которая проходит через линию, соединяющую центры сфер C_1 и C_2 , и служит осью симметрии системы.

Массы сфер равны $m_1 = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho$ и $m_2 = \frac{4}{3} \pi (2r)^3 \rho$, где ρ – плотность вещества, из которого изготовлены сферы.

Координаты центра тяжести сфер: $x_1 = -r$ и $x_2 = +2r$.

Воспользуемся формулой (4.11) для координаты центра тяжести: $x_c = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2}{G_1 + G_2}$.

Подставив соответствующие значения, получим $x_c = \frac{5r}{3}$.

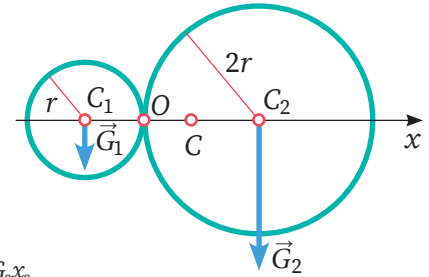


Рис. 4.21

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

1. Какое понятие является более общим: центр тяжести или центр масс? Обоснуйте ответ.
2. **ИНЖ** От однородного цилиндра длиной $L = 2$ м отрезали часть длиной $l = 0,4$ м. В каком направлении и на какое расстояние сместился центр тяжести цилиндра?
3. **ИНЖ** Два шара радиусом $r = 10$ см, один – из алюминия, другой – из меди, жёстко скреплены в точке касания. Определите положение центра тяжести системы относительно точки касания. Плотность алюминия $\rho_1 = 2,70 \cdot 10^3$ кг/м³; плотность меди $\rho_2 = 8,96 \cdot 10^3$ кг/м³.
4. **ИНЖ** Из однородного металлического листа вырезали фигуру, представленную на рисунке 4.22. Определите координаты центра масс фигуры, если известны размеры: $AB = 12$ см, $BD = 20$ см, $AE = 35$ см.
5. **ИНЖ** Однородный стержень согнули так, что образовались два равных отрезка, расположенных под прямым углом друг к другу. Стержень подвесили за один из концов на нити. Какой угол образует верхний отрезок стержня с линией горизонта?

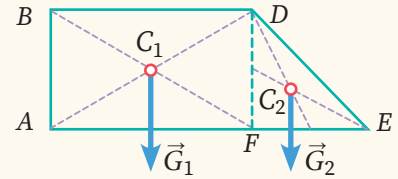


Рис. 4.22

СООБЩЕНИЕ

Меры по обеспечению устойчивого равновесия в технике/инженерии.

Применение условий равновесия в различных областях.

Сформируйте две рабочие группы и **распределите** обязанности.

Изучите различные ресурсы, чтобы **отобрать** необходимый материал.

Выполните задание и **раскройте** следующие аспекты:

1. **Раскройте** концепцию равновесия и определите условия, необходимые для его достижения.
2. **Изучите** способы обеспечения равновесия в простых механизмах.
3. **Проанализируйте** работу устройств, принцип функционирования которых основан на работе простых механизмов (ножницы, качели-балансир, степлер и др.).
4. **Исследуйте** применение условий равновесия в строительстве, медицине (при фиксации переломов), а также в других инженерных областях.
5. **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую информацию об исследовании и итоговые заключения.
6. **Представьте** готовые проекты и **оцените** работы друг друга.

Суммативный тест

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения стали верными:

- 1 б. а Тело находится в состоянии вращательного равновесия, если алгебраическая сумма _____ относительно оси вращения равна нулю;
- 1 б. б Величина, равная расстоянию от линии действия силы, приложенной к телу, до оси вращения, называется _____ относительно этой оси;
- 1 б. в Точка приложения силы тяжести называется _____ тела.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 б.	Плечо силы	Н · м
1 б.	Механическая работа	Вт
1 б.	Момент силы	см
		Дж

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 б. в л а Твёрдое тело находится в состоянии вращательного равновесия, когда равнодействующая сил, действующих на тело, равна нулю.
- 1 б. в л б Тело находится в состоянии устойчивого равновесия в гравитационном поле, если его потенциальная энергия минимальна по сравнению с её значениями в близлежащих положениях.
- 1 б. в л в Момент сил, линии действия которых проходят через ось вращения тела, всегда равен нулю.

4 3 б. На рисунке 4.23 показано тело, на которое действует сила $F = 50$ Н, направленная под углом $\alpha = 150^\circ$ к отрезку OA длиной 30 см. Постройте плечо этой силы и определите момент силы относительно оси вращения, проходящей через точку O .



Рис. 4.23

5 3 б. Однородный стержень весом 90 Н опирается на точку, расположенную на расстоянии, равном одной трети его длины. Какую силу нужно приложить к более короткому концу стержня, чтобы удержать стержень в равновесии?

6 3 б. Четыре шара массами 0,1 кг, 0,2 кг, 0,3 кг и 0,4 кг прикреплены к тонкому стержню так, что центры шаров расположены на расстоянии 20 см друг от друга. Пренебрегая массой стержня, определите положение центра масс системы шаров.

7 Груз массой 20 кг подвешивают к середине верёвки длиной $l_0 = 1$ м, в результате деформации половинки верёвки образуют угол 120° . Принимая $g = 10$ м/с², определите:

- 3 б. а силу натяжения в каждой половинке верёвки;
- 3 б. б удлинение верёвки после подвешивания груза;
- 2 б. в смещение по вертикали, на которое опустился груз вследствие деформации верёвки.

8 6 б. Лестница длиной $l = 3$ м прислонена к гладкой (без трения) вертикальной стене под углом $\alpha = 60^\circ$ к линии горизонта. Максимальное значение силы трения покоя, препятствующей скольжению лестницы по полу, составляет $F_{\text{тр}} = 100$ Н. На какое расстояние по лестнице может подняться ученик массой 40 кг, прежде чем лестница начнёт скользить? Массой лестницы пренебречь, принять ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

ГУМАНИТАРНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения были верными:

- 1 б.** а) Тела, ограничивающие движение рассматриваемого тела, называются _____ ;
- 1 б.** б) Абсолютно твёрдое тело находится в состоянии поступательного равновесия, если _____ , действующих на тело, равна нулю;
- 1 б.** в) Момент силы относительно оси вращения равен произведению _____ на расстояние до этой оси.

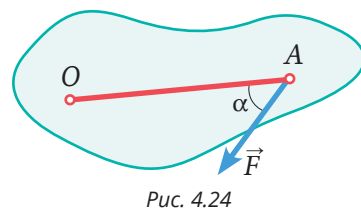
2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 б.	Плечо силы	Н · м
1 б.	Механическая работа	Вт
1 б.	Момент силы	см
		Дж

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 б.** в л а) На покоящееся тело действуют по меньшей мере две силы.
- 1 б.** в л б) Пара сил – это две равные по величине силы, действующие в одном направлении вдоль двух параллельных линий действия.
- 1 б.** в л в) Момент силы тем больше, чем короче плечо силы.

4 **3 б.** На рисунке 4.24 показано тело, на которое действует сила F , направленная под углом $\alpha = 30^\circ$ к отрезку OA длиной 20 см. Постройте плечо этой силы и определите её величину, если момент силы относительно оси вращения, проходящей через точку O , составляет 5 Н · м.



5 **3 б.** Какова минимальная сила, направленная горизонтально, необходимая для того, чтобы прижать брусок в форме прямоугольного параллелепипеда к стене так, чтобы он не соскальзывал вниз? Масса бруска составляет 0,4 кг, а коэффициент трения между бруском и стеной равен 0,1. Примите $g = 10 \text{ м/с}^2$.

6 **3 б.** Однородный брусок массой 100 кг лежит на горизонтальной поверхности. Какую вертикальную силу нужно приложить к одному из концов бруска, чтобы приподнять его над поверхностью? Примите $g = 10 \text{ м/с}^2$.

7 Каменный блок в форме куба массой 100 кг опрокидывают с одной грани на другую. При этом центр тяжести блока поднимается на 10 см. Определите:

- 3 б.** а) длину ребра каменного куба;
- 3 б.** б) минимальную силу, необходимую для опрокидывания блока;
- 2 б.** в) минимальную работу, совершаемую при опрокидывании блока.

Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2 .



МЕХАНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

5.1

Колебательные процессы в природе и технике. Величины, характеризующие колебательное движение

Как в природе, так и в технике наблюдается движение, которое повторяется через равные промежутки времени, то есть является **периодическим**. Например, периодическим считается любое равномерное вращение: каждая точка тела периодически возвращается в исходное положение, полностью повторяя параметры движения, такие как скорость и направление. Периодический характер носят и другие процессы: колебания груза на нити или пружине, ход часового балансира, покачивание лодки на волнах или дрожание паутины, в которую попала добыча. Однако не всякое периодическое движение можно назвать **колебательным**. Равномерное вращение принципиально отличается от движений, описанных в приведённых выше примерах. Главная особенность колебаний заключается в том, что движение происходит в двух противоположных направлениях вокруг фиксированной точки – положения устойчивого равновесия – центра колебаний. На рисунке 5.1 показаны примеры колебательного движения, линия OO' обозначает уровень положения устойчивого равновесия.

Движение, которое периодически повторяется в противоположных направлениях вдоль одной и той же траектории, называется механическим колебанием. Система, которая совершает такое движение, называется осциллятором (или колебательной системой).

Любое колебание характеризуется количественными параметрами, которые при заданных условиях остаются неизменными и отличают его от других колебаний. К таким параметрам относятся амплитуда, период и частота.

Максимальное смещение тела, совершающего колебания, от положения устойчивого равновесия называется амплитудой.

Максимальное смещение тела определяется начальными условиями, заданными для механического осциллятора, то есть воздействием, которое привело осциллятор в движение. Амплитуда может быть линейной или

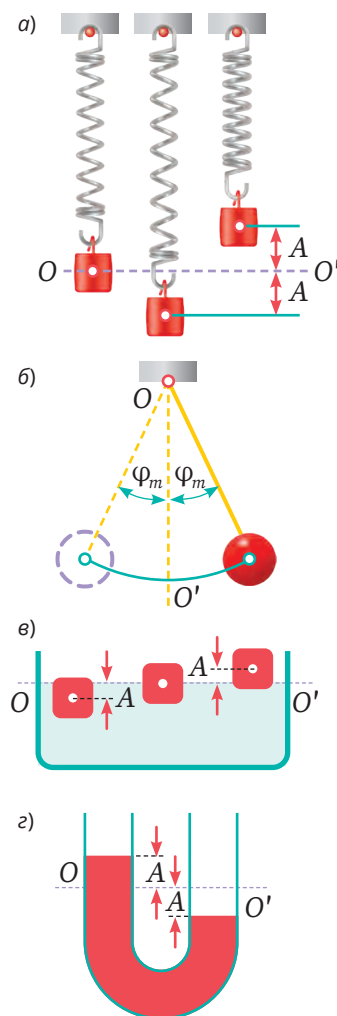


Рис. 5.1

угловой величиной. В зависимости от этого единицей измерения в СИ служит метр (м) или радиан (рад). На рисунке 5.1 амплитуда обозначена буквой A (рис. 5.1, а, в, г) или, соответственно, φ_m (угловое значение амплитуды) (рис. 5.1, б).

Полным колебанием называется движение, совершаемое между двумя последовательными прохождениями осциллятора через одну и ту же точку траектории в одном и том же направлении (с одинаковой скоростью и ускорением). Время (T), необходимое для совершения одного полного колебания, называется *периодом*. В Международной системе единиц (СИ) период измеряется в секундах: $[T] = 1 \text{ с}$.

Если известен период колебаний T , то количество полных колебаний N , совершённых за промежуток времени t , определяется соотношением:

$$N = \frac{t}{T}. \quad (5.1)$$

Ещё одной характеристикой колебательного движения является частота, которую обозначают греческой буквой ν (ню). Частота характеризует быстроту повторения колебательного движения.

Величина ν , численно равная количеству полных колебаний, совершаемых в единицу времени, называется *частотой* колебаний:

$$\nu = \frac{N}{t} = \frac{1}{T}. \quad (5.2)$$

Единицей измерения частоты в СИ является **герц** (Гц):

$$[\nu] = \text{с}^{-1} = \text{Гц}.$$

Определим условия, необходимые для возникновения и поддержания колебательного движения. Для этого рассмотрим движение тела, прикреплённого к концу пружины. Будем считать рассматриваемую модель идеальной – отсутствуют силы трения и сопротивления (рис. 5.2). Колебательное движение, как и любое другое, возникает лишь в результате взаимодействия с другими телами. Таким образом, колеблющееся тело и взаимодействующие с ним объекты образуют **колебательную систему**. Внутри этой системы всегда существует положение **устойчивого равновесия**, вблизи которого и происходят колебания. Представленная колебательная система состоит из: тела, движение которого исследуют, и пружины.

Первоначально тело находится в состоянии устойчивого равновесия O (рис. 5.2, а), при этом сила упругости пружины равна нулю. Чтобы вывести тело из положения равновесия, необходимо действие внешней силы. Под её действием пружина растягивается, и в ней возникает сила упругости $F_{\text{упр},x} = -kx$ (если деформация не превышает предела упругости). В крайней точке 1 внешняя сила пере-

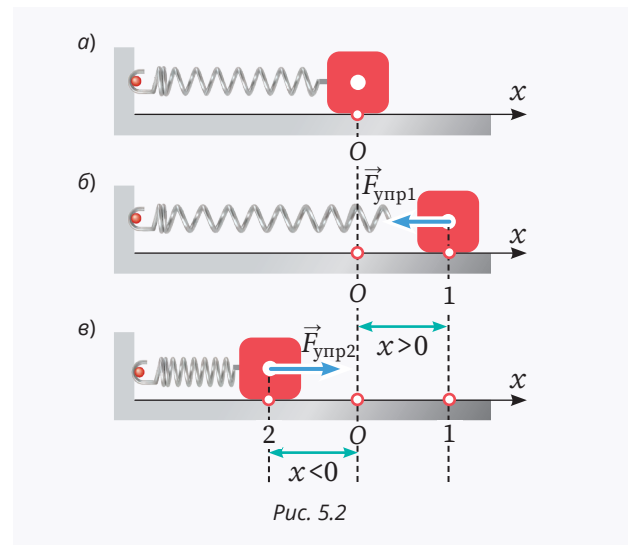


Рис. 5.2

стаёт действовать. Под действием силы упругости тело начинает смещаться обратно к положению равновесия O (рис. 5.2, б), постепенно увеличивая скорость. Согласно основному закону динамики:

$$-kx = ma_x. \quad (5.3)$$

В положении 1 сила упругости, а следовательно, и ускорение тела достигают максимального значения. По мере приближения тела к положению равновесия (при уменьшении значения x) сила упругости $F_{\text{упр}}$ и ускорение тела стремятся к нулю, тогда как скорость возрастает, достигая максимального значения в положении равновесия.

Через положение равновесия O тело проходит по инерции и движется влево, сжимая пружину. Поскольку при сжатии возникает сила упругости $F_{\text{упр}2}$, направленная противоположно скорости тела, движение замедляется. Модуль ускорения тела возрастает, а скорость уменьшается. В положении 2 (рис. 5.2, в) скорость тела равна нулю, а значение силы упругости и ускорения достигают максимума. Кроме того, поскольку рассматриваемая колебательная система идеальна, при $|F_{\text{упр}2}| = |F_{\text{упр}1}|$, смещения тела влево и вправо от положения равновесия одинаковы. Под действием силы $F_{\text{упр}2}$ тело начинает двигаться вправо с ускорением, увеличивая скорость. Поскольку в положении равновесия $|F_{\text{упр}2}| = 0$, в соответствии с уравнением (5.3), ускорение тела также равно нулю, а скорость достигает максимального значения. Тело продолжает движение вправо по инерции и, замедляясь, достигает положения 1 (рис. 5.2, б) с нулевой скоростью. В этот момент сила $F_{\text{упр}1}$ и ускорение достигают максимума. Далее движение тела повторяется в той же последовательности. Таким образом, тело совершает периодическое движение, называемое **колебательным**, последовательно проходя через положения 1 – O – 2 – O – 1.

Сила, направленная к положению устойчивого равновесия и обеспечивающая поддержание колебаний, называется *возвратной силой*. Колебания, совершаемые телом исключительно под действием возвратной силы, называются *собственными колебаниями*.

Однако в реальности на любое движущееся тело действуют силы сопротивления среды. Следовательно, собственные колебания представляют собой идеальную колебательную систему, не существующую в реальности.

Колебания, происходящие под действием возвратной силы и сил сопротивления среды, называют *свободными колебаниями*.

При малых силах сопротивления колебательная система **совершает колебания, близкие к собственным колебаниям**.

Собственные колебания представляют собой **теоретическую модель свободных колебаний**, совершаемых при стремлении к нулю сил сопротивления. Действие сил сопротивления с течением времени приводит к уменьшению амплитуды и

одновременно к увеличению длительности полного колебания, то есть периода. В этом случае колебания называют **затухающими**. Свободные колебания – это колебания, возникающие в идеальной колебательной системе при отсутствии сил сопротивления, тогда как в реальных условиях они являются затухающими.

В реальности возникают ситуации, когда тело совершает колебания под действием периодической внешней силы. Примером могут служить вызванные ритмичной работой двигателей (или иных устройств) вибрации автомобилей, летательных аппаратов и других механизмов. Такие колебания называются **вынужденными**.

На основании вышесказанного можно сформулировать условия, необходимые для возникновения и существования **незатухающих колебаний тела**:

- тело должно обладать избытком энергии по сравнению с её значением в состоянии устойчивого равновесия;
- при смещении тела на него из положения равновесия должна действовать возвратная сила;
- если на тело действуют силы сопротивления, то избыток энергии не должен мгновенно расходоваться на преодоление этих сил.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение механических колебаний. Приведите примеры.
- 2 Сравните вращательное и колебательное движения. Как положение движущегося тела в этих случаях определяется относительно центра (оси) вращения и относительно положения устойчивого равновесия?
- 3 Дайте определения амплитуды, периода и частоты колебательного движения. Укажите единицы измерения в СИ.
- 4 Дайте определение свободных колебаний. Чем отличаются свободные колебания от собственных колебаний?
- 5 Опишите затухающие и вынужденные колебания. Приведите примеры.
- 6 Назовите условия, необходимые для возникновения и поддержания незатухающих колебаний.
- 7 Шарик В может находиться в положении равновесия 1 или 2 (рис. 5.3). В каком из этих положений возможно колебательное движение? Обоснуйте ответ.
- 8 Подвесьте груз на нити и приведите систему в колебательное движение. Определите период колебаний, используя часы без секундной стрелки.
- 9 Тело совершает колебательное движение с амплитудой $A = 2$ см. Какое расстояние проходит тело за один период?
- 10 За одну минуту качели совершают 20 полных колебаний. Каков период колебаний качелей?
- 11 Тело совершает 150 полных колебаний за 2 минуты. Определите частоту колебаний.
- 12 Тележка, прикреплённая к концу пружины, совершает одно полное колебание за 0,5 с. Определите частоту колебаний.
- 13 **БИО** Подсчитав биения сердца, Ионел зафиксировал 80 ударов за одну минуту. Определите период и частоту сердечных сокращений.
- 14 Материальная точка совершает колебательное движение с амплитудой 0,3 м. Какое расстояние проходит материальная точка за один период.
- 15 Период колебаний тела составляет 4 с. Сколько времени требуется телу, чтобы пройти путь от положения равновесия до положения максимального смещения?

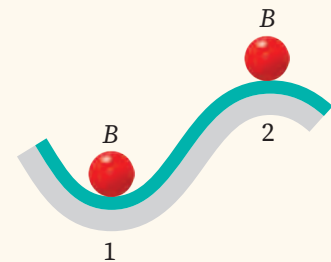


Рис. 5.3

5.2

Линейный гармонический осциллятор

Характер движений осциллятора зависит от условий, в которых он находится. Сами движения могут быть весьма сложными, а их количественное описание – довольно трудным. Поэтому для изучения простейшего вида колебательного движения мы построим идеализированную физическую модель. В качестве осциллятора мы будем рассматривать точечное тело массой m , на которое действует только возвратная сила, линейно зависящая от смещения из положения устойчивого равновесия (например, сила упругости). Такие силы называют **квазиупругими** или **упругими**. Поскольку колебательное движение в данной модели описывается, гармонической функцией о которой будет сказано позже), такую систему называют **линейным гармоническим осциллятором**. В реальности подобных осцилляторов не существует, однако в лабораторных условиях можно создать колебательные системы, свойства которых приближаются к идеальным условиям. Так, например, небольшое массивное тело, подвешенное на идеальной упругой пружине пренебрежимо малой массы, называют **пружинным маятником**, тогда как то же тело, подвешенное на длинной нерастяжимой невесомой нити, называют **гравитационным** или **математическим маятником**.

а Пружинный маятник

Рассмотрим груз массой m , подвешенный к пружине жёсткости k . В начальный момент времени под действием силы тяжести G пружина растянута на величину x_0 , а сила упругости удерживает систему в положении устойчивого равновесия (рис. 5.4). Если совместить начало координат оси Ox , вдоль которой происходит колебательное движение, с исходным положением тела, то условие устойчивого равновесия запишется в виде $G = F_{\text{упр}}$ или

$$G = -kx_0. \quad (5.4)$$

При смещении тела из положения равновесия на расстояние x в положительном направлении координатной оси в пружине возникает сила упругости, равная: $-k(x - x_0)$, согласно второму закону Ньютона:

$$ma_x = -k(x - x_0) + G, \quad (5.5)$$

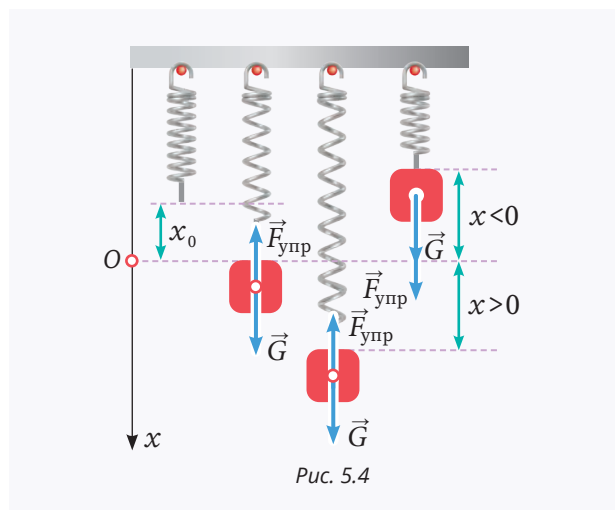


Рис. 5.4

где a_x – проекция вектора ускорения на ось Ox . С учётом условия равновесия (5.4) из уравнения (5.5) получаем: $ma_x = -kx$. Если разделить это уравнение на m , то получим:

$$a_x + \omega^2 x = 0, \quad (5.6)$$

где

$$\omega^2 = k/m \quad (5.7)$$

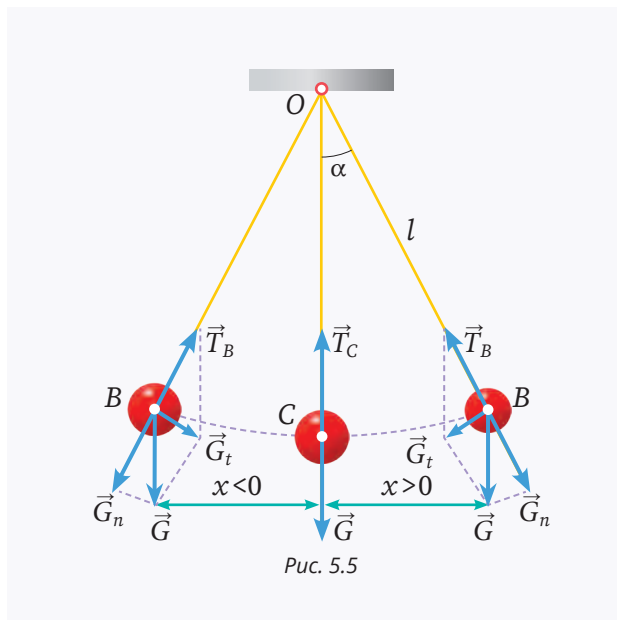
– постоянная величина, зависящая от свойств колебательной системы. Физический смысл данной физической величины будет разъяснён позже в пункте д данного раздела.

Соотношение (5.6) описывает колебательное движение пружинного маятника и называется **уравнением линейного гармонического осциллятора**.

б Гравитационный маятник

Рассмотрим колебательное движение **гравитационного маятника** (рис. 5.5). Колебательная система состоит из нити длиной l , точечного тела массой m и Земли, действующей на тело силой тяжести. Выводим маятник из положения устойчивого равновесия. В этом состоянии на тело действуют сила тяжести $G = mg$, направленная вертикально вниз, и сила натяжения нити T , направленная вдоль нити. На рисунке 5.5 представлены нормальная G_n и тангенциальная G_t составляющие силы тяжести (относительно траектории движения тела), ориентированные соответственно вдоль и перпендикулярно нити.

Тангенциальная составляющая G_t силы тяжести сообщает телу ускорение a_t (называемое **тангенциальным** ускорением), вызывая изменение модуля его скорости. Под действием силы тяжести



маятник начинает двигаться к положению устойчивого равновесия по дуге окружности радиусом, равным длине маятника l , постепенно увеличивая скорость. При этом модуль составляющей G_t уменьшается и при прохождении положения устойчивого равновесия становится равным нулю (рис. 5.5), а скорость достигает максимума. При достижении положения равновесия тело продолжает движение по инерции, однако далее скорость уменьшается, так как вновь появляется тангенциальная составляющая G_t , направленная к положению равновесия, но противоположная вектору скорости. В момент, когда скорость тела уменьшается до нуля, тангенциальная составляющая G_t достигает максимального значения, и тело начинает обратное движение к положению равновесия. Тангенциальная составляющая G_t силы тяжести действует как возвратная сила, что означает, что рассматриваемая система удовлетворяет необходимым условиям для возникновения колебательного движения.

Для вывода уравнения движения колебательной системы отметим, что положение тела в любой момент времени определяется углом отклонения α нити от вертикали или длиной дуги, вдоль которой происходит движение. Угол α и длина дуги считаются положительными, если маятник отклоняется вправо от положения равновесия, и отрицательными, если он отклоняется влево. Когда нить маятника образует угол α с вертикалью, как показано на рисунке 5.5, проекция силы тяжести на направление касательной к траектории движения тела равна

$$G_t = -G \sin \alpha = -mg \sin \alpha, \quad (5.8)$$

где знак «-» указывает на то, что G_t и α (угол отклонения от положения равновесия) всегда направлены в противоположные стороны. При малых углах α длина дуги $\widehat{CB}$ приблизительно равна длине хорды CB , которая в данном случае представляет собой смещение x от положения равновесия. В рамках этого приближения круговой сектор OCB , описываемый нитью маятника длиной l , можно рассматривать как прямоугольный треугольник (рис. 5.5); отсюда следует, что $\sin \alpha \approx CB/l = x/l$, и соотношение (5.8) принимает вид:

$$G_t \approx -\frac{mg}{l} x. \quad (5.9)$$

При малых значениях угла α **возвратная сила** G_t является квазиупругой, и система совершает гармонические колебания. Согласно второму закону Ньютона, $G_t = ma_t$. Подставив это выражение в соотношение (5.9) и сократив на m , получим:

$$a_t + \omega^2 x = 0, \quad (5.10)$$

где

$$\omega^2 = g/l. \quad (5.11)$$

Следует отметить, что уравнение (5.10) справедливо только при малых углах ($\alpha \leq 15^\circ$) отклонения маятника, при которых значение синуса приблизительно равно значению угла, выраженному в радианах. Действительно, при $\alpha \leq 15^\circ$ разность между значениями α и $\sin \alpha$ составляет менее 1%. Очевидно, что при отклонениях маятника на большие углы, колебания рассматриваемого маятника перестают быть гармоническими, так как возвратная сила перестаёт быть квазиупругой.

Получен важный результат: **уравнение движения гравитационного маятника идентично уравнению движения пружинного маятника. Единственное различие в константе ω , которая является характеристикой свойств конкретной колебательной системы.** Зависимость смещения из положения равновесия от времени подчиняется одной и той же закономерности, несмотря на разную физическую природу сил: для упругого маятника это равнодействующая силы упругости и силы тяжести, тогда как для гравитационного маятника – равнодействующая силы тяжести и силы натяжения нити.

Уравнение (5.6) или (5.10) выглядит очень простым, однако решение такого вида уравнений довольно сложно и выходит за рамки школьной программы. В то же время решение уравнения, описывающее закон колебательного движения, позволит нам детально изучить данное движение. Определим экспериментально решение уравнения линейного гармонического осциллятора.

В Закон колебательного движения гармонического осциллятора

Зависимость смещения осциллятора из положения равновесия от времени (**закон колебательного движения**) изучают с помощью экспериментально полученных **осциллограмм**.

Осциллограмма (от лат. *oscillum* – «колебание» и греч. *gramma* – «запись») представляет собой графическое изображение закона колебательного движения. Простейшую осциллограмму можно получить, прикрепив к осциллятору карандаш или ручку, которые позволят визуализировать траекторию движения маятника на бумаге, движущейся с постоянной скоростью (рис. 5.6). Вид осциллограмм для пружинного (рис. 5.6, а) и гравитационного маятников (рис. 5.6, б) одинаковый, то есть функция, описывающая закон колебательного движения, подчиняется закону синуса или косинуса.

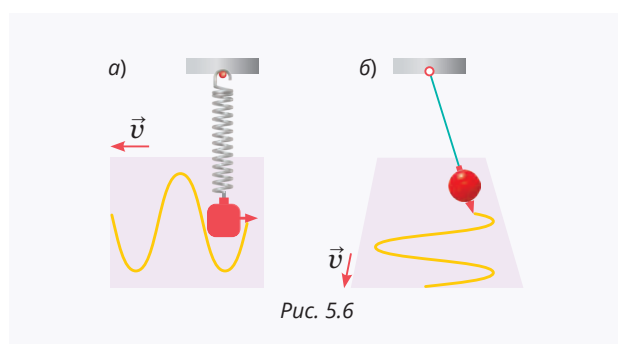


Рис. 5.6

Анализ осциллограмм на рисунке 5.6 показал, что колебания описываются функцией косинуса:

$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t = A \cos \omega t, \quad (5.12)$$

где T – период колебательного движения.

Величина A представляет собой **амплитуду**. Движение повторяется с определённой частотой $\nu = 1/T$, называемой также **линейной частотой**. Аргумент косинуса в уравнении (5.12) пропорционален линейной частоте и называется **циклической частотой**:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T} \quad (5.13)$$

Циклическая частота – это физическая величина, характеризующая скорость изменения фазы колебания во времени.

Уравнение (5.12) представляет собой **закон колебательного движения**. Поскольку функции «синус» и «косинус» называют гармоническими функциями, закон колебательного движения – является гармоническим законом. Начальные условия определяют вид уравнения. Например, если маятнику, изначально находившемуся в со-

стоянии равновесия ($x = 0$), сообщить начальную скорость кратковременным толчком вправо, то движение маятника будет описываться законом $x = A \sin \omega t$. Если тот же маятник в начальный момент отпустить из положения максимального смещения ($x = A$), то закон движения примет вид: $x = A \cos \omega t = A \sin (\omega t + \pi/2)$.

Однако осциллятор может начать движение из произвольного положения, например между точками равновесия и максимального смещения. В таких случаях в момент времени $t = 0$ аргумент функции синуса или косинуса отличается от 0 или $\pi/2$, принимая произвольное значение. Закон движения линейного гармонического осциллятора записывается в виде

$$x = A \sin (\omega t + \varphi_0) \quad (5.14, а)$$

или

$$x = A \cos (\omega t + \varphi_0), \quad (5.14, б)$$

где φ_0 измеряется в **радианах** и может принимать положительные, отрицательные или нулевые значения. Очевидно, что выражения (5.14, а) и (5.14, б) полностью эквивалентны и могут использоваться в равной мере.

Г Мгновенные характеристики колебаний гармонического осциллятора

Величины, описывающие колебательное движение – амплитуда A , период T и частота ν , не позволяют определить состояние осциллятора в данный момент времени или направление его движения. Введём физические величины, характеризующие мгновенное состояние колебательной системы.

Величина x , характеризующая положение осциллятора относительно положения равновесия в определённый момент времени, называется смещением.

Из (5.14) видно, что амплитуда A численно равна максимальному значению смещения, то есть $A = |x_{\max}|$. Ещё одной важной характеристикой колебательной системы является **фаза** колебаний.

Аргумент функции, описывающей колебание и определяющей координату, скорость и другие величины, характеризующие движение осциллятора в данный момент времени, называется фазой.

$$\varphi = \omega t + \varphi_0,$$

где φ_0 – **начальная фаза** колебаний, соответствующая смещению осциллятора в момент времени $t = 0$.

С учётом (5.13) фаза колебаний:

$$\varphi = 2\pi \frac{t}{T} + \varphi_0. \quad (5.15)$$

Фаза позволяет различать колебания, происходящие с одинаковыми периодом и амплитудой. Если начальные условия отсчёта фазы двух колебательных систем одинаковы, то различие между ними можно выразить как **разность фаз (сдвиг фаз) $\Delta\varphi$** . Из (5.15) видно, что колебания, характеризующиеся одинаковым периодом (частотой), будут сохранять постоянную разность фаз. В этом случае колебания **согласованы по фазе** или **синхронны**, если $\Delta\varphi = 0$, и находятся в **противофазе**, если $\Delta\varphi = \pi$.

Анализ осциллограмм на рисунке 5.6 показал, что колебания описываются функцией косинуса. Для определения законов изменения скорости и ускорения с течением времени, заметим, что при движении точечного тела по окружности радиусом, равным амплитуде колебаний $OM = A$ (рис. 5.7), проекция положения точечного тела совершает колебательное движение. Действительно, по мере того как точечное тело M совершает полный оборот по окружности, проекция M' на ось Oy совершает одно полное колебание.

Движение по окружности точечного тела M характеризуется вектором скорости $\vec{v}_M$ и вектором центростремительного ускорения $\vec{a}_M$ (рис. 5.7), модули которых выражаются через циклическую частоту ω в соответствии с соотношением (1.52). Очевидно, что проекции векторов $\vec{v}_M$ и $\vec{a}_M$ на координатную ось Oy (рис. 5.7) характеризуют скорость и ускорение колебаний проекции M' точечного тела M и в то же время линейного гармонического осциллятора.

Из прямоугольных треугольников на рисунке 5.7 для проекций векторов $\vec{v}_M$ и $\vec{a}_M$ получаем:

$$\begin{aligned} v_y &= v_M \cos \omega t = A\omega \cos \omega t, \\ a_y &= -a_M \sin \omega t = -A\omega^2 \sin \omega t. \end{aligned}$$

Полученные соотношения представляют собой законы изменения скорости и ускорения линейного гармонического осциллятора для частного случая $\varphi_0 = 0$ (в момент времени $t = 0$ точечное тело находится в положении M_0). В случае когда

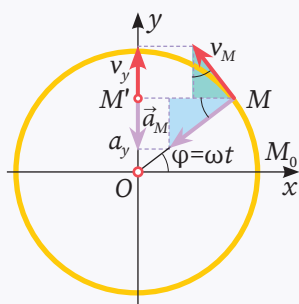


Рис. 5.7

начальная фаза отлична от нуля (точечное тело M находится в произвольном положении на окружности), соответствующие уравнения принимают вид:

$$v_y = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (5.16)$$

$$a_y = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (5.17)$$

Скорость и ускорение колебательного движения изменяются с течением времени по гармоническому закону, подобно смещению (5.14, а).

Из уравнений (5.16) и (5.17) следует, что амплитудные значения достигаются при $\cos(\omega t + \varphi_0) = 1$ и $\sin(\omega t + \varphi_0) = -1$ соответственно, то есть $v_{y,\max} = A\omega$ и $a_{y,\max} = A\omega^2$.

Д Зависимость циклической частоты и периода свободных колебаний гармонического осциллятора от свойств колебательной системы

В параграфе 5.2 (а, б) установлено, что уравнение движения линейного гармонического осциллятора содержит константу, определяющую свойства рассматриваемой колебательной системы. Анализ размерности константы показывает, что она представляет собой квадрат циклической частоты. Действительно, для пружинного маятника

$$[\omega^2] = \frac{[k]}{[m]} = \frac{\text{Н}}{\text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м} \cdot \text{кг}} = \frac{1}{\text{с}^2},$$

а для гравитационного маятника

$$[\omega^2] = \frac{[g]}{[l]} = \frac{\text{м}}{\text{с}^2 \cdot \text{м}} = \frac{1}{\text{с}^2},$$

получается та же размерность: с^{-2} .

Величина ω получила название **циклической частоты** осциллятора.

Таким образом, циклическая частота пружинного маятника выражается соотношением

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (5.18)$$

которое следует из (5.7). Подставим это соотношение в (5.13) и получим выражение для периода пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (5.19)$$

Период колебаний уменьшается при увеличении коэффициента упругости пружины и увеличивается при возрастании массы подвешенного тела. Пружина, характеризующаяся высоким коэффициентом упругости, сообщает телу большое ускорение, то есть обеспечивает более быстрое изменение скорости, тогда как для тела большей массы изменение скорости происходит медленнее.

Для гравитационного (математического) маятника собственная частота определяется из соотношения (5.11):

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad (5.20)$$

а период колебаний равен

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.21)$$

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Линейный гармонический осциллятор совершает колебания согласно уравнению $x = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right)$ (м). Определите амплитуду, период и начальную фазу колебаний. Определите начальное положение, из которого точечное тело совершает колебательное движение.

Решение

Дано:

$$x = 0,02 \sin\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (м)}$$

$$A = ?, T = ?, \varphi_0 = ?, x_0 = ?$$

Сравниваем уравнение движения, приведённое в условии задачи, с общим видом уравнения (5.14, а):

$$A = 0,02 \text{ м}; \varphi_0 = (\pi/6) \text{ рад} = 30^\circ; \omega = (\pi/3) \text{ с}^{-1}.$$

Период колебаний определяем по формуле $T = 2\pi/\omega = 6 \text{ с}$. Начальное положение осциллятора определяем из уравнения движения при $t = 0$. Получаем $x_0 = 0,02 \sin(\pi/6) = 0,01 \text{ м}$.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Опишите модель линейного гармонического осциллятора. Каковы его особенности? Приведите примеры.
- 2 Назовите составные элементы пружинного маятника и гравитационного маятника.
- 3 Укажите, какая сила является возвратной в случае гравитационного маятника.
- 4 Что такое осциллограмма? Опишите способ получения простейшей осциллограммы.
- 5 Дайте определение циклической частоты и запишите формулу зависимости от периода и частоты.
- 6 Назовите мгновенные характеристики гармонического колебания.
- 7 Что представляет собой уравнение движения для гармонического колебания? Объясните физический смысл величин, входящих в это уравнение.
- 8 Объясните понятие разности фаз между колебательными системами и укажите условия, при которых колебательные системы находятся в фазе или в противофазе. Приведите примеры.
- 9 Изготовьте два гравитационных маятника и получите: а) синхронные колебания; б) асинхронные колебания. Поясните свои действия.
- 10 Представьте математические выражения для законов скорости и ускорения линейного гармонического осциллятора.
- 11 Объясните, как циклическая частота и период гармонических колебаний зависят от свойств колебательной системы.
- 12 Тело массой 1 кг прикреплено к концу пружины с жёсткостью 100 Н/м. В момент времени $t = 0$ тело находится на расстоянии 20 см от положения равновесия. Определите амплитуду, период и начальную фазу возникающих колебаний. Запишите уравнение движения $x(t)$ и постройте его график.
- 13 Тело массой m , прикрепленное к концу пружины, совершает колебания с частотой $\nu = 0,6$ Гц. Определите массу этого тела, если известно, что при добавлении тела массой $m_1 = 500$ г полученная система совершает колебания с периодом $T_1 = 2,5$ с.
- 14 Какой должна быть длина гравитационного маятника, чтобы период его колебаний был равен 1 с? Примите ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 .
- 15 Расстояние между крайними положениями при колебательном движении пружинного маятника составляет 8 см. Определите период колебаний маятника, если его скорость при прохождении положения равновесия равна 16 см/с .
- 16 **БИО** Оса массой 0,6 г попала в паутину. Определите жёсткость паутины, если известно, что она совершает колебания с частотой 3 Гц. Какой будет частота колебаний паутины, если в неё попадёт муха массой 0,15 г?
- 17 **БИО** Крылья летящей пчелы совершают 200 колебаний в секунду. Считая, что крылья пчелы совершают гармонические колебания, и зная, что максимальная скорость крыла пчелы составляет $2,5 \text{ м/с}$, определите амплитуду колебаний крыльев.

Сохранение и превращение механической энергии в колебательном движении

Рассмотрим колебательное движение с энергетической точки зрения. Осциллятор, смещённый из положения равновесия, обладает потенциальной энергией:

$$E_n = \frac{kx^2}{2}, \quad (5.22)$$

где x – смещение (отсчитываемое от положения равновесия), а k – коэффициент упругости пружины (пружинного маятника) или коэффициент пропорциональности в выражении для квазиупругой возвратной силы (для других гармонических осцилляторов). Например, для гравитационного маятника длиной l , отклонённого на высоту h относительно положения равновесия, потенциальная энергия равна $E_n = mgh$. При малых отклонениях угла φ выражение принимает вид (5.22) с коэффициентом $k = mg/l$, что следует из соотношения (5.9).

В начальном состоянии, когда $x = A$, колебательная система обладает только потенциальной энергией:

$$E = E_n^{\max} = \frac{kA^2}{2}. \quad (5.23)$$

Отсюда следует, что

Полная энергия колебательной системы пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.

При движении осциллятора к положению равновесия смещение уменьшается, а скорость возрастает. Это означает, что потенциальная энергия осциллятора уменьшается, а кинетическая энергия увеличивается по мере роста скорости:

$$E_k = \frac{mv_x^2}{2}. \quad (5.24)$$

Когда осциллятор достигает положения равновесия, где $x = 0$, скорость достигает максимума, а потенциальная энергия становится равной нулю. В этом положении кинетическая энергия должна быть равна полной энергии:

$$E_k^{\max} = \frac{mv_{x,\max}^2}{2} = \frac{kA^2}{2} = E.$$

Из этого соотношения следует, что максимальная скорость осциллятора зависит от амплитуды и равна

$$v_{x,\max} = \sqrt{\frac{k}{m}} A = \omega A. \quad (5.25)$$

Таким образом, за одну четверть периода происходит полное превращение потенциальной энергии в кинетическую энергию. Очевидно, что в силу периодичности колебательного движения потенциальная энергия превращается в кинетическую энергию и наоборот – четыре раза за полный период.

В промежуточном состоянии между положением равновесия и положением максимального смещения осциллятор обладает как потенциальной, так и кинетической энергией. Полная механическая энергия в этом состоянии определяется соотношением

$$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{mv_{x,\max}^2}{2} = \frac{kx^2}{2} + \frac{mv_x^2}{2}, \quad (5.26)$$

выражающим закон сохранения механической энергии для рассматриваемого осциллятора.

На рисунке 5.8 показана зависимость потенциальной энергии (5.22) от смещения осциллятора. Горизонтальная линия соответствует значению полной энергии осциллятора, а расстояние между этой линией и кривой потенциальной энергии представляет собой кинетическую энергию, которая обращается в нуль в крайних точках $x = \pm A$. Замечаем, что потенциальная энергия минимальна в положении равновесия ($x = 0$).

Поскольку форма этой зависимости напоминает яму, говорят, что в состоянии равновесия осциллятор находится на дне **потенциальной ямы**. Если вывести осциллятор из этого состояния и отпустить, он стремится вернуться в положение равновесия и начинает совершать колебания.

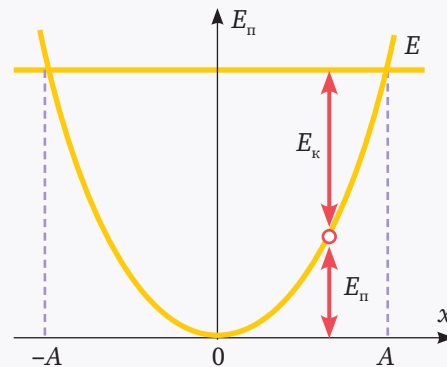


Рис. 5.8

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Тело массой 0,5 кг, подвешенное к пружине, в состоянии равновесия приводит к удлинению пружины на 0,025 м. Тело смещают по вертикали из положения равновесия и отпускают, в результате чего пружина растягивается ещё на 0,01 м.

Приняв ускорение свободного падения равным 10 м/с^2 и пренебрегая силами сопротивления, определите:

- а** период, частоту и циклическую частоту колебаний;
- б** максимальную скорость колебаний и максимальную силу, действующую на тело;
- в** кинетическую, потенциальную и полную энергии в моменты, когда смещение тела из положения равновесия $x = \pm A/2$.

Решение

Дано:

$m = 0,5 \text{ кг};$
 $x_0 = 0,025 \text{ м};$
 $A = 0,01 \text{ м};$
 $g = 10 \text{ м/с}^2$

- а) $T - ?$, $\nu - ?$, $\omega - ?$;
- б) $v_{\text{max}} - ?$, $F_{\text{max}} - ?$;
- в) $E_k - ?$, $E_{\text{п}} - ?$, $E - ?$

- а** Для определения периода колебаний упругого маятника используем выражение (5.19). Жёсткость пружины определяем, учитывая, что в положении равновесия пружина уже растянута на величину x_0 , то есть $G = kx_0$. Отсюда следует, что $k = G/x_0 = mg/x_0$, а для периода колебаний получаем:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{x_0}{g}} = 0,314 \text{ с.}$$

Используя соотношения (5.2) и (5.13) для частоты и циклической частоты, получаем соответственно:

$$\nu \approx 3,185 \text{ Гц} \quad \text{и} \quad \omega = 20 \text{ с}^{-1}.$$

- б** Максимальную скорость определяем по формуле (5.25), где ω – циклическая частота. Сила, действующая на тело, достигает максимума при максимальном смещении, равном амплитуде колебаний. Таким образом, $F_{\text{max}} = kA = mgA/x_0$. Подставляя численные значения, получаем $v_{\text{max}} = \omega A = 0,2 \text{ м/с}$; $F_{\text{max}} = 2 \text{ Н}$.

- в** Полная энергия осциллятора пропорциональна квадрату амплитуды и не зависит от положения тела. Следовательно, $E = kA^2/2 = mgA^2/(2x_0) = 10 \text{ мДж}$. В положении, соответствующем смещению $x = \pm A/2$, потенциальная энергия $E_{\text{п}} = kx^2/2 = kA^2/8 = E/4 = 2,5 \text{ мДж}$, а кинетическая энергия равна: $E_k = E - E_{\text{п}} = 3E/4 = 7,5 \text{ мДж}$.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1** Опишите математическое выражение для полной энергии линейного гармонического осциллятора.
- 2** Укажите положения точечного тела, совершающего колебания, в которых кинетическая и потенциальная энергия равны полной энергии.
- 3** Сколько времени требуется точечному телу, совершающему колебания, для полного превращения потенциальной энергии в кинетическую?
- 4** Объясните преобразования энергии гармонического осциллятора в течение одного периода, опираясь на закон сохранения механической энергии.
- 5** Тело массой 2 кг совершает гармонические колебания с амплитудой 4 см. Каков период колебаний тела, если его максимальная кинетическая энергия в процессе колебаний равна 1 Дж?
- 6** Точечное тело массой $m = 10 \text{ г}$ совершает колебания по закону $x = 8 \cos(2t + \varphi_0)$ (см). Определите максимальное значение силы, действующей на точечное тело, и полную энергию колебательной системы.
- 7** Полная энергия тела массой 1 кг, совершающего гармонические колебания, составляет 5 мДж. Запишите уравнение колебательного движения, если максимальное значение возвратной силы, действующей на тело, равно 0,4 Н, а начальная фаза колебаний $\varphi_0 = \pi/4$.
- 8** Гармонический осциллятор совершает колебательное движение. Определите:
 - а** отношение смещения к амплитуде (x/A), при котором кинетическая энергия равна потенциальной энергии;
 - б** отношение кинетической энергии к потенциальной ($E_k/E_{\text{п}}$), когда смещение x равно половине амплитуды колебаний A .

Лабораторная работа

№ 8*

Изучение пружинного маятника и определение коэффициента жёсткости пружины

Цель работы

Экспериментальное исследование колебаний пружинного маятника и определение его коэффициента упругости.

Оборудование

Штатив с двумя зажимами, пружина, набор маркированных грузов, миллиметровая линейка, секундомер (например, в мобильном телефоне) или часы с секундной стрелкой.

Краткая теория

Период колебаний T пружинного маятника определяется соотношением (5.19):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Период прямо пропорционален квадратному корню отношения массы m тела, подвешенного к пружине, к коэффициенту упругости пружины k .

Для данной пружины пренебрежимо малой массы период возрастает по мере увеличения массы подвешенного тела.

Период можно определить двумя способами: либо с помощью соотношения (5.19), либо путём измерения интервала времени t , за который совершается N полных колебаний, то есть

$$T = \frac{t}{N}. \quad (5.27)$$

Используя соотношения (5.19) и (5.27), получаем:

$$\left(\frac{t}{N}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k},$$

откуда выражаем коэффициент упругости пружины:

$$k = 4\pi^2 m \left(\frac{N}{t}\right)^2. \quad (5.28)$$



Рис. 5.9

Ход работы:

- 1 Соберите экспериментальную установку, показанную на рисунке 5.9, убедившись, что отметка «0» на миллиметровой линейке совпадает с концом пружины в недеформированном состоянии.
- 2 Подвесьте груз известной массы к свободному концу пружины и дождитесь установления положения равновесия.

- 3 Отклоните тело, подвешенное на пружине, из положения равновесия на 2–3 см и с помощью секундомера измерьте интервал времени t , необходимый для совершения N гармонических колебаний (например, 10 или 20), то есть колебаний с приблизительно одинаковой амплитудой.
- 4 Повторите измерения, описанные в пункте 3, ещё два раза и определите среднее значение интервала времени t .
- 5 Повторите измерения, описанные в пунктах 2–4, ещё два раза, каждый раз добавляя новые грузы.
- 6 Вычислите коэффициент упругости пружины, использованной в эксперименте, используя соотношение (5.28). Запишите результаты измерений и вычислений в рабочую тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.

№	m (кг)	N	t (с)	$\bar{t}$ (с)	k (Н/м)	$\bar{k}$ (Н/м)
1.						
2.						
3.						

- 7 Оцените абсолютную и относительную погрешности определения коэффициента жёсткости пружины, используя соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{k}}{\bar{k}} = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + 2 \frac{\Delta t}{t}, \quad \Delta \bar{k} = \varepsilon \cdot \bar{k}.$$

- 8 Представьте окончательный результат в виде:

$$k = (\bar{k} \pm \Delta \bar{k}) \frac{\text{Н}}{\text{м}}; \quad \varepsilon = \dots \%$$

- 9 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Какими свойствами должно обладать колебание, чтобы его можно было назвать гармоническим? Запишите уравнение движения пружинного маятника.
- 2 Назовите параметры, определяющие циклическую частоту колебаний упругого маятника.
- 3 Объясните, почему циклическая частота не зависит от амплитуды колебаний.
- 4 Объясните, почему при определении периода предпочтительнее измерять время, за которое пружинный маятник совершает несколько колебаний. Может ли число колебаний значительно превышать 10? Обоснуйте ответ.
- 5 Предложите альтернативный метод определения коэффициента упругости пружины.

Лабораторная работа

№9

Изучение гравитационного маятника и определение напряжённости гравитационного поля (ускорения свободного падения)

Цель работы

Экспериментальное исследование колебаний гравитационного маятника и определение напряжённости гравитационного поля (ускорения свободного падения).

Оборудование

Штатив с зажимом, груз, миллиметровая линейка, секундомер (например, в мобильном телефоне) или часы с секундной стрелкой, штангенциркуль и нить.

Краткая теория

Гравитационное поле Земли создаётся силой земного притяжения и действует на все окружающие тела, обладающие массой. Основной характеристикой гравитационного поля Земли является его напряжённость, зависящая от массы и радиуса нашей планеты. Как было установлено в параграфе 2.4, б, у поверхности Земли напряжённость гравитационного поля численно равна ускорению свободного падения. В данном лабораторном эксперименте мы определим напряжённость гравитационного поля Земли (ускорение свободного падения) методом гравитационного маятника.

Если отклонить гравитационный маятник от положения равновесия на малый угол (примерно 10°), он будет совершать гармонические колебания с периодом, определяемым соотношением (5.21). Период колебаний T можно также определить с помощью соотношения (5.27), измерив время t , необходимое для совершения определённого количества колебаний N . Тогда из (5.21) и (5.27) получим

$$\left(\frac{t}{N}\right)^2 = 4\pi^2 \frac{l}{g},$$

откуда следует выражение для ускорения свободного падения:

$$g = 4\pi^2 l \left(\frac{N}{t}\right)^2, \quad (5.29)$$

где l – длина гравитационного маятника.

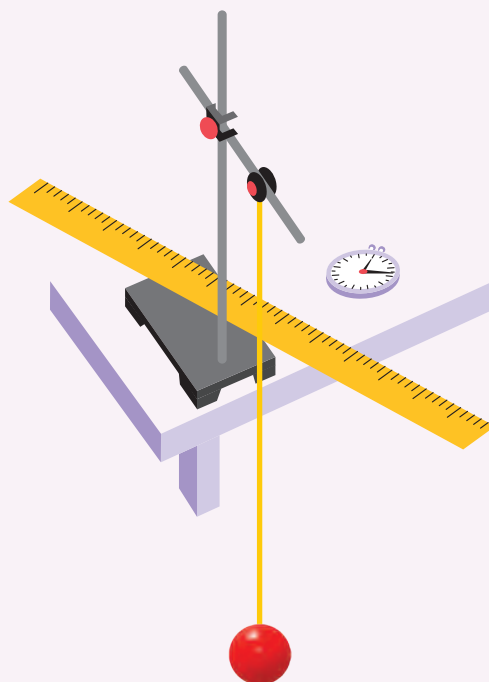


Рис. 5.10

Ход работы:

- 1 Установите штатив у края стола и соберите экспериментальную установку, показанную на рисунке 5.10.
- 2 С помощью линейки измерьте длину нити от точки подвеса до груза, а с помощью штангенциркуля – линейную высоту подвешенного груза. Сложив измеренную длину нити с половиной высоты груза, получим длину маятника.
- 3 Отклоните груз на расстояние примерно 5 см от положения равновесия и отпустите его.

- 4 С помощью секундомера измерьте время t , необходимое для совершения определённого количества колебаний N (например, 10 или 20). Повторите измерения три раза и определите среднее значение временного интервала t .
- 5 Повторите действия, описанные в пунктах 2–4, для двух других значений длины маятника.
- 6 Рассчитайте напряжённость гравитационного поля (ускорение свободного падения) по формуле (5.29) и запишите результаты измерений и вычислений в рабочую тетрадь, используя приведённую ниже таблицу.

№	l (м)	N	t (с)	$\bar{t}$ (с)	g (м/с ²)	$\bar{g}$ (м/с ²)
1.						
2.						
3.						

- 7 Оцените абсолютную и относительную погрешности определения напряжённости гравитационного поля (ускорения свободного падения), используя следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \bar{g}}{\bar{g}} = 2 \frac{\Delta \pi}{\pi} + \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta t}{\bar{t}}, \quad \Delta \bar{g} = \varepsilon \cdot \bar{g}.$$

- 8 Представьте окончательный результат в виде:

$$g = (\bar{g} \pm \Delta \bar{g}) \frac{m}{s^2}; \quad \varepsilon = \dots \%$$

- 9 Сформулируйте выводы на основе полученных результатов.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Опишите действие гравитационного поля. Назовите основную характеристику гравитационного поля.
- 2 Перечислите конструктивные элементы гравитационного маятника и запишите формулу для периода колебаний.
- 3 Почему угол отклонения маятника от положения равновесия должен быть малым?
- 4 В каком случае, по вашему мнению, период колебаний гравитационного маятника определяется точнее: при измерении времени 10 колебаний или 100 колебаний? Объясните почему.

Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс

Рассмотренные ранее гармонические колебания, при которых не учитывались силы сопротивления, представляют собой идеальную модель свободных колебаний. В реальных колебательных системах движение всегда происходит в среде, оказывающей сопротивление. На преодоление сопротивления среды расходуется часть энергии колебательной системы. Поскольку энергия осциллятора прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний, уменьшение энергии приводит к уменьшению амплитуды. Чем больше силы сопротивления, тем большая энергия затрачивается на их преодоление и тем быстрее убывает амплитуда, что в конечном итоге приводит к прекращению колебаний. На рисунке 5.11 представлены две осциллограммы реального осциллятора (например, упругого маятника), совершающего колебания в воздухе (а) и в жидкости (б). Видно, что в воздухе, где силы сопротивления невелики, существует определённый интервал времени, в течение которого колебания можно считать приближённо гармоническими. Однако во многих колебательных системах силы сопротивления значительны, и устранить их, даже частично, невозможно. В таких случаях (рис. 5.11, б) амплитуда колебаний быстро убывает: энергия осциллятора рассеивается в окружающей среде, и колебательное движение затухает.

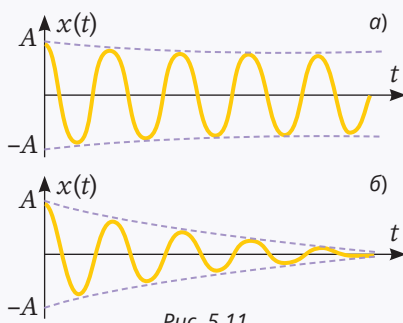


Рис. 5.11

Колебания, амплитуда которых уменьшается с течением времени, называют затухающими колебаниями.

Рассмотренные колебательные системы подвергались воздействию внешней силы лишь для

смещения из положения устойчивого равновесия, после чего воздействие прекращалось. В таких ситуациях амплитуда колебаний постепенно уменьшается вплоть до «затухания» колебаний, то есть до тех пор, пока изначально переданная энергия не рассеивалась полностью. Однако на практике возникают ситуации, когда внешняя сила действует периодически, непрерывно подпитывая колебательную систему энергией для поддержания постоянной амплитуды колебаний.

Колебания, возникающие в системе под воздействием внешней периодической силы, называют вынужденными колебаниями.

Экспериментальные наблюдения показывают, что чем ближе равенство частот действия внешней силы и собственной частоты системы, тем больше амплитуда вынужденных колебаний.

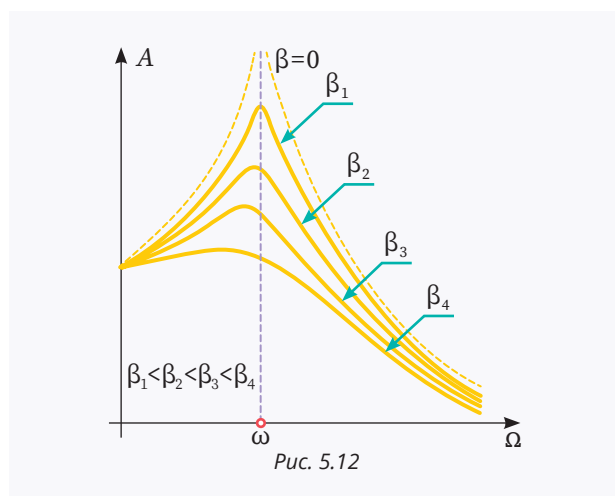
Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний, наблюдаемое при совпадении циклической частоты воздействия внешней силы на колебательную систему с циклической частотой колебательной системы, называется резонансом.

Это явление можно объяснить, если проанализировать передачу энергии между внешней средой и колебательной системой. Очевидно, что резонанс возникает тогда, когда условия благоприятствуют передаче энергии от внешней среды к колебательной системе, а именно, когда периодическая внешняя сила совершает положительную работу на протяжении всего цикла движения. Однако это возможно лишь в том случае, если внешняя сила действует согласованно (синфазно) с собственными колебаниями системы, это условие выполняется, когда частота внешней силы Ω равна собственной частоте осциллятора ω . Проекция силы сопротивления и скорость осциллятора всегда имеют противоположные знаки. Следовательно, при резонансе колебания силы сопротивления происходят в противофазе с колебаниями внешней силы, а значит, совершаемые работы взаимно компенсируются. В результате осциллятор ускоряется исключительно под действием квазиупругой силы системы, а колебания совершаются с собственной частотой, совпадающей с частотой внешней силы. Если же $\Omega \neq \omega$, то на определённых этапах движения внешняя сила совершает отрицательную работу, что приводит к уменьшению амплитуды вынужденных колебаний.

На рисунке 5.12 показана зависимость амплитуды вынужденных колебаний от угловой/циклической частоты воздействия внешней силы для различных значений коэффициента β (коэффициента затухания), характеризующего силы сопротивления колебательной системы. Поскольку

усиление сил сопротивления увеличивает механическую работу, совершаемую внешней силой для преодоления этих сил, резонансная амплитуда уменьшается. При этом резонансная частота становится несколько ниже собственной частоты колебательной системы.

Учитывая, что любое твёрдое тело обладает упругими свойствами, то есть представляет собой колебательную систему, характеризующуюся определённой собственной частотой, явление резонанса может проявляться в самых неожиданных ситуациях. Резонанс нередко становится причиной обрушения различных сооружений или разрушения механизмов и их деталей. Для смягчения негативных последствий, связанных с резонансом, принимаются специальные меры, позволяющие минимизировать воздействие резонанса. С этой целью собственную частоту системы регулируют таким образом, чтобы она не совпадала с частотой внешней силы, либо увеличивают силы трения внутри колебательной системы для снижения резонансной амплитуды.



Явление резонанса находит широкое применение в различных областях науки и техники, в частности в случае электромагнитных колебаний, которые будут изучаться в 12-м классе. Это явление лежит в основе работы различного оборудования и устройств в электронике и радиотехнике.

СООБЩЕНИЕ

Явления резонанса

Сформируйте две рабочие группы и **распределите** обязанности.

Изучите различные источники/ресурсы, чтобы **собрать** и **отобрать** необходимый материал.

Выполните задания и **раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Изучите** историю открытия и наблюдений резонанса.
- 2 **Классифицируйте** основные виды резонанса и **приведите** примеры из повседневной жизни.
- 3 **Объясните** причины разрушительного воздействия резонанса и **приведите** соответствующие примеры.
- 4 **Обсудите** в группе положительные и/или отрицательные последствия этого явления и **сформулируйте** мнение о влиянии резонанса на повседневную жизнь.
- 5 **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую ход исследования и итоговые заключения.
- 6 **Представьте** готовые проекты и **оцените** работы друг друга.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Опишите и назовите колебательное движение, при котором амплитуда колебаний постепенно уменьшается вплоть до прекращения движения.
- 2 Объясните уменьшение амплитуды затухающих колебаний с энергетической точки зрения.
- 3 Охарактеризуйте вынужденные колебания и объясните, как они поддерживаются.
- 4 Дайте определение явления резонанса.
- 5 Объясните явление резонанса, основываясь на передаче энергии между внешней средой и колебательной системой.
- 6 Объясните, как изменяется явление резонанса при увеличении сил сопротивления.
- 7 Какие меры следует принять для устранения резонанса, если он оказывает вредное воздействие?

Механические волны. Классификация механических волн. Поперечные и продольные волны

В равновесном состоянии взаимное расположение атомов или молекул в твёрдых, жидких и газообразных средах обусловлено силами межмолекулярного взаимодействия. Под действием внешних сил межмолекулярные связи передают воздействие по всему объёму среды, что приводит к изменению её формы или объёма (деформации). Малые внешние силы вызывают упругую деформацию, при которой молекулы возвращаются в равновесное состояние за счёт сил межмолекулярного взаимодействия. В рамках этой модели атомы и молекулы рассматриваются как линейные гармонические осцилляторы, связанные между собой силами упругой природы. Описанную модель называют **упругой средой**, а само внешнее воздействие, которое смещает осциллятор из положения равновесия, – **возмущением**. На рисунке 5.13 показана модель одномерной твёрдой упругой среды, в которой молекулы среды изображены в виде сфер, а упругие пружины представляют действующие между ними межмолекулярные силы.

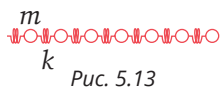


Рис. 5.13

Распространение возмущений в упругой среде называется упругой или механической волной.

Рассмотрим действие на упругую среду гармонических возмущений (синусоидальных колебаний), распространение которых в пространстве порождает волновые процессы (в частности, гармонические волны). В зависимости от направления колебаний частиц относительно направления распространения волны различают два типа волн: **продольные** и **поперечные**.

Волна, в которой смещение осцилляторов происходит перпендикулярно направлению распространения возмущения, называется поперечной.

Рассмотрим натянутую струну и сместим один из её концов в направлении перпендикулярном струне. Если конец струны совершает колебания с периодом T , то вдоль струны начнёт распространяться волна. При этом каждый последующий участок струны будет повторять колебательное движение, но с некоторой задержкой по времени.

Процесс распространения поперечных волн легко объяснить с помощью модели, представленной на рисунке 5.13. Действительно, если первый шарик смещается перпендикулярно струне, он посредством упругих сил увлекает за собой соседний шарик. Тот, в свою очередь, приводит в движение третий, и этот процесс последовательно передаётся дальше по цепочке. Поскольку на передачу взаимодействия требуется время, колебания каждого последующего шарика начинаются с небольшим запаздыванием. Например, когда спустя четверть периода первый шарик достигает максимума и начинает возвращаться к положению равновесия, второй шарик только доходит до точки своего максимального смещения. Аналогичным образом, с постоянным сдвигом во времени (по фазе), ведут себя и все остальные шарики среды.

При колебании первого шарика с периодом T возмущение последовательно охватывает всё новые и новые элементы среды. Этот процесс наглядно представлен на рисунке 5.14.

Поперечные упругие волны распространяются исключительно в твёрдых средах. Данный факт объясняется стабильным положением частиц в кристаллической решётке и наличием сил упругости между её слоями. В жидкостях и газах из-за подвижности частиц не возникают силы, восстанавливающие форму среды при воздействиях. Поэтому в жидких и газообразных средах формируется иной тип волн – продольная упругая волна. При этом волны на поверхности жидкости составляют исключение: они имеют сложную природу и содержат элементы как поперечного, так и продольного движения.

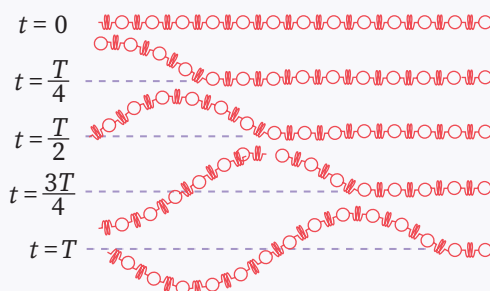


Рис. 5.14

Продольной называется волна, в которой колебания частиц среды происходят вдоль (коллинеарно) направления распространения волн.

Продольные волны способны распространяться и в твёрдых средах. Наглядным примером служит длинная однородная пружина: если резко ударить по торцу вдоль оси, в пружине возникнет продольное возмущение. В результате сжатия формируется область уплотнения витков, которая начинает перемещаться вдоль пружины. Механизм этого процесса можно объяснить с помощью цепочки связанных шариков (рис. 5.13). Предположим, что первый шарик совершает гармонические колебания с периодом T . За первую четверть периода он смещается в крайнее правое положение. Это движение передаётся соседним шарикам, заставляя их сближаться и формировать область уплотнения. В следующую четверть периода первый шарик возвращается (движется влево). Однако по инерции последующие шарики все ещё продолжают движение вправо. Возникает задержка в смене направления, из-за которой между смещающимися шариками образуется область разрежения. В то же время первоначальный импульс сжатия уходит дальше по цепочке. Таким образом, распространение продольной волны в твёрдой среде представляет собой последовательное перемещение зон уплотнения и разрежения (рис. 5.15).

Процесс распространения продольной упругой волны в газах проиллюстрирован на рисунке 5.16. Резкое смещение поршня в цилиндре изменяет проекцию скорости молекул газа вдоль продольной оси. В рамках нашей модели примем, что столкновения молекул являются центральными (лобовыми) и абсолютно упругими, а массы молекул – одинаковыми. При таком взаимодействии молекулы, получившие импульс от поршня, передают его соседним частицам, практически полностью обмениваясь с ними скоростями. Этот направленный импульс последовательно передаётся от слоя к слою по принципу домино. В результате в газе формируется область повышенного давления (зона сжатия), вслед за которой из-за движения

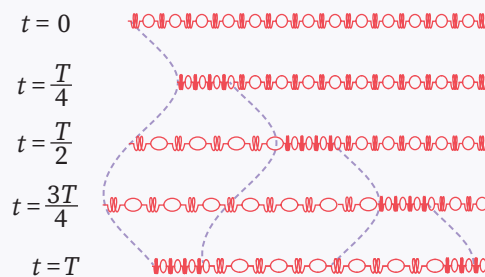


Рис. 5.15



Рис. 5.16

молекул образуется зона разрежения. Обе области непрерывно перемещаются вдоль цилиндра.

Проведённый анализ показывает, что волновой процесс заключается в передаче колебательного движения от одних точек среды к другим. Поскольку энергия колебаний пропорциональна квадрату амплитуды, энергия непрерывно распространяется вместе с волной. Главная особенность волнового процесса заключается в том, что перенос энергии от одной области среды к другой происходит без направленного переноса вещества – частицы совершают колебания около положений равновесия.

Анализ процесса распространения упругих волн позволяет сделать следующие выводы:

- для возбуждения и поддержания упругой волны необходимы источник колебаний и упругая среда;
- для распространения возмущения от источника до любой точки среды требуется определённое время, следовательно, волны распространяются с конечной скоростью;
- распространение любой волны – это процесс передачи энергии начального возмущения от одной точки среды к другой, происходящий без переноса вещества.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Опишите модель, называемую упругой средой.
- 2 Дайте определение понятия «упругая волна». Классифицируйте волны по направлению колебаний относительно направления распространения.
- 3 Дайте определение поперечных волн. Приведите примеры. Объясните процесс распространения поперечных волн.
- 4 Дайте определение продольных волн. Приведите примеры. Объясните процесс распространения продольных волн.
- 5 В какой среде могут распространяться поперечные механические волны?
- 6 Назовите агрегатные состояния среды, в которых могут распространяться продольные механические волны.
- 7 Объясните, почему при распространении волны происходит перенос энергии без переноса вещества.

Характеристики волнового движения. Скорость распространения волны

Рассмотрим источник, генерирующий волну в пространстве. Колебания источника описываются определённой фазой, зависящей от времени. По мере распространения волны это колебательное состояние передаётся в другие точки среды. Поскольку импульс достигает их не одновременно, частицы среды в один и тот же момент времени совершают колебания в разных фазах. Однако точки, удалённые от источника на одинаковое расстояние, до которых волна доходит одновременно, имеют одинаковую фазу.

Геометрическое место точек, до которых доходит волна в данный момент времени, называется волновым фронтом. Линия, перпендикулярная волновому фронту, называется лучом и указывает направление распространения волны.

Все точки волнового фронта совершают колебания одновременно. Он разделяет пространство на две зоны: область, вовлечённую в колебательное движение, и область, где колебательный процесс ещё не начался.

Анализ механизма распространения волны показывает, что существуют и другие точки, помимо тех, что лежат на волновом фронте, имеющие одинаковую фазу колебаний.

Геометрическое место точек, совершающих колебания в одинаковой фазе, называется волновой поверхностью.

Из вышесказанного следует, что волновой фронт также является волновой поверхностью, которая наиболее удалена от источника колебаний.

При распространении волны существует бесконечное множество волновых поверхностей и всегда только один волновой фронт.

Вид волновой поверхности зависит от формы источника колебаний и свойств среды, в которой распространяется волна. Если точечный или сферический источник колебаний генерирует волну в однородной и изотропной среде, волновые поверхности и, следовательно, волновой фронт имеют сферическую форму. Если же источник колебаний представляет собой плоскую поверхность, то волновой фронт будет плоским (рис. 5.17, а). В этих случаях говорят, что в пространстве распространяются **сферическая** или **плоские волны**. Если рассматривать волновой фронт на большом расстоянии от источника колебаний в изотропной среде, то независимо от формы самого источника его фронт можно считать плоским. Как видно из рисунка 5.17, б, на больших расстояниях от источника колебаний в ограниченных областях пространства сферическую волну можно приближённо считать плоской.

Поскольку волновое движение порождается колебательным движением, для количественного описания используются те же физические величины: амплитуда, период, частота, циклическая частота и фаза (включая начальную фазу). Если источник колебаний совершает гармонические колебания с постоянной частотой, то независимо от свойств упругой среды все точки волнового фронта будут совершать колебания с этой же частотой. Таким образом, период, частота и циклическая частота являются общими характеристиками самой волны. Амплитуда колебаний ведёт себя иначе.

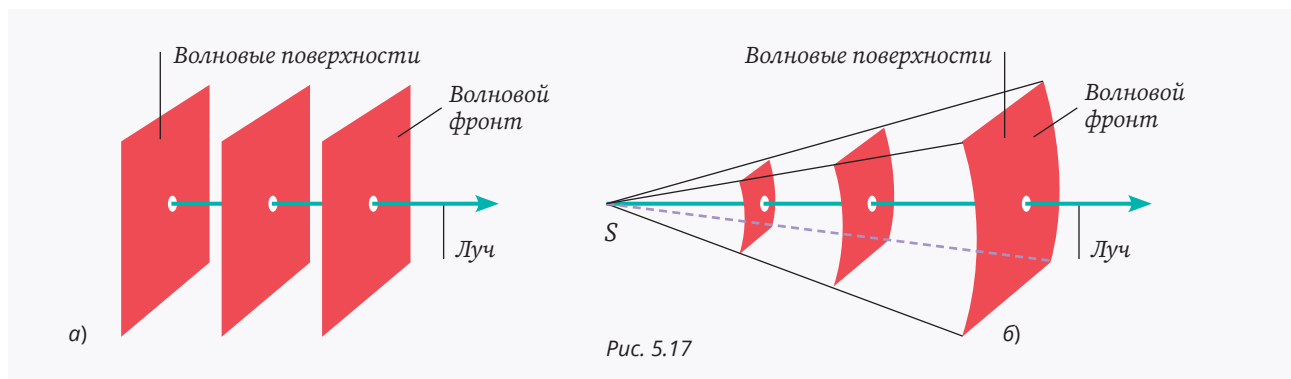


Рис. 5.17

Сферическая волна затухает по мере удаления от источника колебаний. Чем больше расстояние распространения волнового фронта, тем меньше энергии передаётся каждой отдельной частице упругой среды, поскольку энергия источника распределяется между постоянно увеличивающимся количеством частиц, вовлечённых в колебательный процесс. Энергия источника также уменьшается из-за сил сопротивления, которые неизбежны в реальной среде. Учитывая, что энергия осциллятора прямо пропорциональна квадрату амплитуды, уменьшение амплитуды становится очевидным.

Дополним физические величины, характеризующие волну, параметрами, связанными с распространением волны. Это **скорость распространения** и **длина волны**.

Скорость распространения волнового фронта известна как скорость распространения волны или фазовая скорость, поскольку все точки волнового фронта имеют одинаковую фазу.

Анализ волнового процесса показывает, что колебания от источника волн с периодом T рас-

пространяются в упругой среде, формируя в ней определённую пространственную периодичность. Через каждый интервал времени, равный периоду T , точки среды на двух соседних волновых поверхностях оказываются в одинаковом колебательном состоянии. Они совершают колебания синфазно, то есть с разностью фаз, равной 2π рад. При постоянной скорости распространения волны за каждый период T волновой фронт проходит строго определённое расстояние, называемое **длиной волны**:

$$\lambda = vT. \quad (5.30)$$

Минимальное расстояние λ между двумя волновыми поверхностями, точки которых совершают колебания синфазно, называется длиной волны (в СИ $[\lambda] = \text{м}$).

Если выразить период через частоту, то для длины волны получим:

$$\lambda = \frac{v}{\nu}. \quad (5.31)$$

Таким образом, длина волны определяется как характеристиками самого источника (периодом или частотой), так и свойствами среды, в которой она распространяется (скоростью).

Проанализируйте и примените!

- ▶ Два астронавта находятся на Луне на некотором расстоянии друг от друга. Один из них создаёт механическую волну. Дойдёт ли эта волна до второго астронавта? Поясните свой ответ.
- ▶ Определите, является ли волна поперечной или продольной в следующих случаях: а) волна возникает в струне гитары при её защипывании; б) волна возникает в длинной пружине при колебательном движении одного из концов пружины в продольном направлении; в) волна распространяется в воздухе вследствие колебаний гитарной струны.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Как называется геометрическая поверхность, образованная точками, до которых дошла волна в данный момент времени? Объясните, что разделяет эта поверхность.
- 2 Дайте определение волновой поверхности. Чем она отличается от волнового фронта?
- 3 При определении типа волны (плоская или сферическая), распространяющейся в пространстве, проанализируйте форму источника волн и свойства среды. При каких условиях сферическую волну можно приближённо считать плоской?
- 4 Назовите физические величины, используемые для количественного описания волн.
- 5 Дайте определение фазовой скорости и поясните ответ.
- 6 Дайте определение длины волны. Приведите формулы для расчёта длины волны через скорость распространения и период или частоту колебаний источника.
- 7 Минимальное расстояние между точками, лежащими на двух волновых поверхностях и совершающих колебания в одинаковой фазе, составляет 1,5 м. Какова частота колебаний источника, если скорость распространения волны равна 450 м/с?
- 8 Определите длину волны, создаваемую источником колебаний в среде, где колебания с периодом 2 мс распространяются со скоростью 1500 м/с.
- 9 Источник колебаний излучает волну длиной $\lambda = 3,4$ м. Определите период колебаний источника волн, если за 3 секунды волна распространилась на расстояние 1020 м.
- 10 Расстояние между двумя соседними гребнями волн на озере составляет 70 см. С какой скоростью распространяется волна по поверхности воды, если период колебаний плавающего на ней предмета равен 1 секунде?

Принцип Гюйгенса

Форма волнового фронта в любой момент времени совпадает с формой источника колебаний лишь в однородных средах. Однако часто возникает необходимость построения волнового фронта в средах, содержащих неоднородности (например, преграды, отверстия или границы раздела двух однородных сред). В этом случае характер распространения волн принципиально меняется.

Голландский физик Христиан Гюйгенс предложил универсальный метод: по положению волнового фронта в начальный момент времени можно построить волновой фронт для любого последующего промежутка времени. Анализируя процесс распространения волны, он пришёл к выводу, что каждая точка среды, совершающая колебательное движение, является новым источником колебаний – так называемым **источником вторичных волн** для близлежащих точек.

Таким образом, Гюйгенс сформулировал следующий принцип:

Любая точка среды, до которой дошла волна в данный момент времени, становится источником вторичных сферических волн,

а их огибающая в последующий момент времени представляет собой новый волновой фронт.

Применение принципа к построению волнового фронта представлено на рисунке 5.18. В момент времени t_0 волновой фронт соответствует положению F_0 . Для построения вторичных сферических волн вокруг каждой точки фронта F_0 проводят сферы радиусом $\Delta r = v\Delta t$, где v – скорость распространения волны, а $\Delta t = t - t_0$ – интервал времени, за который волновой фронт достигает нового положения. Построив огибающую вторичных волн (касательную ко всем сферам радиусом Δr), получаем новый волновой фронт F (рис. 5.18).

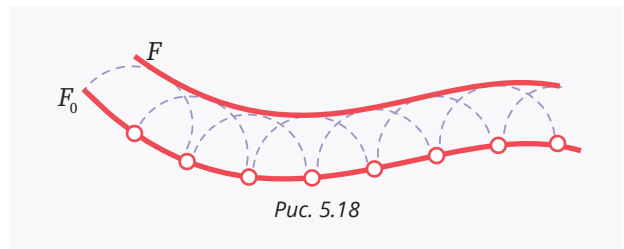


Рис. 5.18

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Объясните, что представляет собой источник вторичных волн.
- 2 Сформулируйте принцип Гюйгенса. В чём заключается физический смысл принципа Гюйгенса?
- 3 Объясните, как принцип Гюйгенса используется для построения волнового фронта произвольной волны.

Отражение и преломление волн (качественно)

На границе раздела двух сред, обладающих различными упругими свойствами, волны изменяют направление распространения, происходит **отражение и преломление** волн.

Рассмотрим волну, распространяющуюся в направлении границы S раздела двух сред. Направление распространения, определяемое лучом волны, образует угол i с нормалью к поверхности S (рис. 5.19). Такая волна называется **падающей вол-**

ной (характеризуемой **падающим лучом**), а угол i – **углом падения**.

Явление, при котором волна на границе раздела сред меняет направление распространения и продолжает распространение в исходной среде, называется отражением.

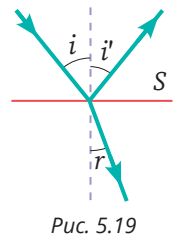


Рис. 5.19

Волна, возникающая в результате отражения, называется **отражённой волной** (она характеризуется **отражённым лучом**), а угол i' , образованный отражённым лучом и нормалью к поверхности – **углом отражения** (рис. 5.19).

Явление изменения направления распространения волны при переходе через границу раздела двух сред называется преломлением.

Волна, проникающая во вторую среду, называется **преломлённой волной** (она характеризуется **преломлённым лучом**), а угол r между лучом и нормалью к поверхности S – **углом преломления** (рис. 5.19).

На границе раздела двух сред с различными свойствами явления отражения и преломления волн происходят одновременно, хотя бывают ситуации, когда одно из явлений преобладает. Экспериментальные исследования, теоретическое изучение отражения и преломления механических волн позволили установить следующие законы:

Законы отражения

- Падающий луч, отражённый луч и перпендикуляр, построенный в точку падения луча, лежат в одной плоскости.
- Угол отражения равен углу падения.

$$\angle i = \angle i'. \quad (5.32)$$

Законы преломления

- Падающий луч, преломлённый луч и перпендикуляр, построенный в точку падения луча, лежат в одной плоскости.
- Отношение синуса угла падения к синусу угла преломления на границе раздела двух упругих сред является постоянной величиной и равно отношению соответствующих скоростей волн в этих средах:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}. \quad (5.33)$$

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 В чём состоит механизм явлений отражения и преломления?
- 2 Дайте определение явлению отражения. Объясните, как определяют угол отражения.
- 3 Дайте определение явлению преломления. Объясните, как определяют угол преломления.
- 4 Сформулируйте законы отражения. Проиллюстрируйте закон, построив ход падающего и отражённого лучей.
- 5 Сформулируйте законы преломления. Проиллюстрируйте закон, построив ход падающего и преломлённого лучей.

5.9



Дифракция волн

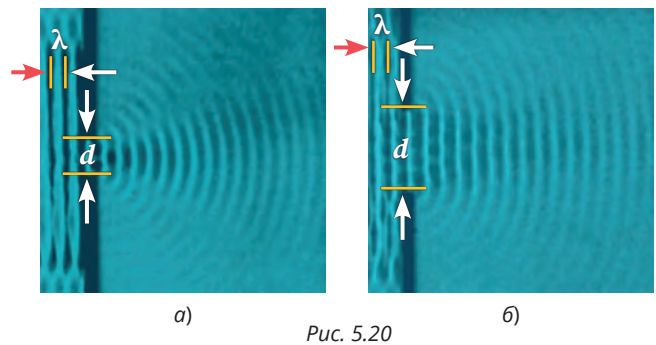
Рассмотренное ранее явление отражения волн возникает, когда на пути распространения волн встречаются очень крупные препятствия. Однако на пути распространения волны могут быть более мелкие препятствия (размеры которых сопоставимы с длиной волны). Характер распространения волн зависит от соотношения между длиной волны и размером препятствия. Например, в тихую погоду волны на озере огибают сваю, торчащую из воды, и поплавок удочки на поверхности воды так, словно их там нет, тогда как лодка создаёт область «тени», в которую волны не проникают. Очевидно, что размеры сваи сопоставимы с длиной волны (расстояние между двумя гребнями волн), в то время как размеры поплавок значительно

меньше длины волны. а размеры лодки – значительно превышают длину волны. Таким образом, когда размеры препятствия меньше или сопоставимы с длиной волны, происходит отклонение от прямолинейного распространения волн.

Явление огибания волнами препятствий, размеры которых сопоставимы с длиной волны, и распространение волн в области, недоступные для прямолинейно распространяющихся волн, называются дифракцией.

Явление дифракции волн на поверхности воды легко продемонстрировать экспериментально. Для этого в резервуар с водой помещают перегородку

с узкой щелью. Если в левом отсеке резервуара генерируют плоскую волну, то в зависимости от размеров щели в правом отсеке возникают различные дифракционные картины, представленные на рисунке 5.20. Когда ширина щели d соизмерима с длиной волны λ или меньше неё, наблюдается проникновение волны в область пространства за пределами прямой видимости щели (рис. 5.20, а). Если $d \gg \lambda$, профиль волны остаётся практически неизменным, претерпевая лишь незначительные искажения вблизи области пространства за пределами прямой видимости щели (рис. 5.20, б). Качественное объяснение проникновения волны в область пространства за пределами прямой видимости щели можно дать с помощью принципа Гюйгенса. Согласно принципу, все точки волнового фронта, достигающие плоскости щели, становятся источниками вторичных сферических волн, распро-



страняющихся в среде за препятствием (щелью). На рисунке 5.20 показано, что волновой фронт проникает в область пространства за пределами прямой видимости щели тем глубже, чем меньше размер щели по сравнению с длиной волны.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Дайте определение явлению дифракции волн.
- 2 Какие условия должны выполняться для наблюдения явления дифракции механических волн?
- 3 Объясните механизм возникновения дифракции волн с помощью принципа Гюйгенса.

5.10 *

Интерференция волн (качественно)

Проанализируем особенности одновременно распространения нескольких волн в одной среде. Очевидно, что в таких ситуациях образуются области перекрытия волн. Поскольку волна – это процесс распространения колебаний, в зоне наложения каждая точка среды совершает колебания под действием возмущений всех сходящихся в ней волн. Отсюда следует, что **итоговое смещение точки равно векторной сумме смещений, образующихся от каждой отдельной волны**. Эксперименты подтверждают, что если амплитуды колебаний не слишком велики (то есть в случае гармонических колебаний) то **волны распространяются независимо друг от друга**. Данная закономерность называется **принципом суперпозиции**. Если в упругой среде распространяются волны с разными частотами, то результирующие колебания в зоне их наложения перестают быть гармоническими. Поскольку разность фаз между волнами в каждой точке непрерывно меняется, амплитуда

итогового колебания также не постоянна. В общем случае результат суперпозиции сложным образом определяется соотношением амплитуд, частот и фаз исходных волн. Однако особый практический интерес представляет случай наложения волн, имеющих одинаковую частоту и постоянную во времени разность фаз.

Источники волн, совершающие колебания с одинаковой угловой частотой и сохраняющие постоянную разность фаз на протяжении всего колебательного процесса, называются когерентными источниками, а создаваемые ими волны – когерентными волнами.

Суперпозиция когерентных волн приводит к возникновению в среде устойчивого распределения амплитуд колебаний, при котором одни точки совершают колебания с максимальной амплитудой, а другие – с минимальной.

Явление взаимного усиления или ослабления амплитуды результирующих колебаний в разных точках среды в результате суперпозиции когерентных волн называется интерференцией. Область пространства, где происходит интерференция, называется интерференционным полем, а её проявление – интерференционной картиной.

Проанализируем процесс формирования волновой интерференционной картины на поверхности воды.

Для этого используют два точечных источника колебаний – насадки, закреплённые на общем стержне. При вибрации стержня с постоянной частотой насадки синхронно прогибают поверхность воды в резервуаре, генерируя когерентные волны.

На рисунке 5.21 схематически показаны волновые поверхности через интервалы времени, равные половине периода, и полученная интерференционная картина. Точки S_1 и S_2 соответствуют областям, в которых насадки касаются поверхности воды. Волновые поверхности, обведённые сплошными линиями (кругами), соответствуют гребням волн, а отмеченные пунктирными линиями – углублениям на поверхности воды. Таким образом, в точках А или В, где перекрываются два гребня или две впадины, амплитуда колебаний усиливается, образуя более высокий гребень или большую впадину (**максимум интерференции**), а в точке С, где перекрываются гребень и впадина, амплитуда колебаний уменьшается (**минимум интерференции**).

Поскольку энергия волны пропорциональна квадрату её амплитуды, при интерференции происходит перераспределение энергии в пространстве: она концентрируется в максимумах и уменьшается до минимума в зонах гашения. На рисунке видно, что в точках максимумов накладываются гребни (или впадины) волн. Колебания здесь происходят в одинаковой фазе, а разность хода от источников S_1 и S_2 равна целому числу длин волн λ (или чётному числу полуволен). Напротив, в точках минимумов гребень одной волны накладывается

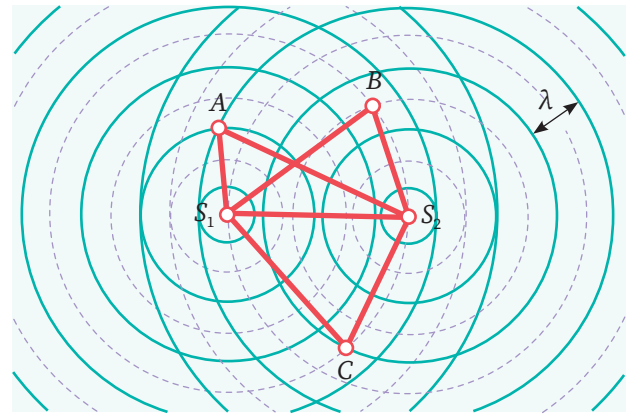


Рис. 5.21

на впадину другой, колебания противофазны, а разность хода равна нечётному числу полуволен.

Следовательно,

точки интерференционного поля, в которых разность хода равна чётному числу полуволен, совершают колебания с максимальной амплитудой, тогда как точки, в которых разность хода равна нечётному числу полуволен, совершают колебания с минимальной амплитудой.

Таким образом, условие интерференционного максимума имеет вид:

$$\Delta x = \pm 2m \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (5.34)$$

а условие интерференционного минимума:

$$\Delta x = \pm (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad (5.35)$$

где m – целое число, обозначающее порядок максимума или минимума. Например, $m = 0$ соответствует центральному максимуму интерференционной картины или минимумам первого порядка, расположенным симметрично по обе стороны от центрального максимума на расстояниях $\lambda/2$ и $-\lambda/2$.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 В чём заключается физический смысл принципа суперпозиции волн?
- 2 Дайте определение когерентных источников колебаний. Как называются волны, создаваемые этими источниками?
- 3 Дайте определение явления интерференции. Объясните механизм процесса образования интерференционной картины.
- 4 Объясните, что такое «разность хода волн».
- 5 При каких условиях точка в поле интерференции будет совершать колебания с максимальной амплитудой? А с минимальной амплитудой?

Элементы акустики

Раздел физики, в котором изучают процессы возникновения, распространения и анализа звуковых волн, называется **акустикой**.

Продольные механические волны, распространяющиеся в упругих средах и вызывающие слуховые ощущения, называются звуковыми волнами или звуками. Источники колебаний таких волн называют источниками звука.

а Звуковые волны. Характеристики звука

Звуковые волны достигают наших ушей, распространяясь, как правило, в воздухе, хотя они могут также передаваться через жидкости и твёрдые тела. Экспериментальные и теоретические исследования показали, что скорость распространения звуковых волн в жидкостях и твёрдых телах значительно выше, чем в газах. Например, скорость звука в воздухе при нормальных условиях составляет 340 м/с, в воде – 1500 м/с, а в стали – 5500 м/с. Однако не каждое колебание вызывает слуховое ощущение. Установлено, что человеческое ухо чувствительно к механическим волнам с частотой примерно от 16 до 20 000 Гц. Диапазон звуковых волн определён условно. Он зависит не от свойств самих звуковых волн, а от характеристик человеческого уха и может варьироваться в зависимости от индивидуальных особенностей человека и его возраста. К среднему возрасту, например, человек перестаёт воспринимать звуки с частотой выше 12–14 кГц.

Звуки различаются по определённым характеристикам, называемыми **качествами звука**. К ним относится **интенсивность**, **высота тона** и **тембр**.

Интенсивность звука (I) определяется энергией, переносимой звуковой волной в единицу времени через единицу площади, расположенную перпендикулярно направлению распространения волны. Единицей измерения интенсивности в СИ является Вт/м².

Частота и интенсивность звука – это две независимые характеристики звуковых волн. Иными словами, частота и интенсивность звука являются независимыми параметрами: на одной частоте возможна разная громкость, равно как и звуки разных частот могут иметь одинаковую интенсивность.

Человеческое ухо чувствительно к интенсивности, охватывающей очень широкий диапазон. Интенсивность самого громкого звука, который способно уловить наше ухо, примерно в 10^{12} раз превышает интенсивность самого слабого различимого звука. Минимальный предел интенсивности, ниже которого человеческое ухо перестаёт воспринимать звуковые колебания, называется **нижним порогом слышимости**, а верхний предел, выше которого звук вызывает болевые ощущения, – **верхним порогом слышимости**.

Звук можно характеризовать относительной величиной его интенсивности I по отношению к интенсивности опорного (эталонного) звука. На практике в качестве такой величины используется интенсивность на нижнем пороге слышимости – $I_0 = 10^{-12}$ Вт/м². Поскольку диапазон слышимых звуков очень широк, для их сравнения оказалось весьма удобным использовать логарифмическую шкалу. В связи с этим вводится физическая величина β , называемая **уровнем звука**, которая определяется соотношением:

$$\beta = 10 \lg \frac{I}{I_0}. \quad (5.36)$$

Единицей измерения уровня звука служит **бел** (обозначение Б), названной в честь изобретателя телефона Александра Грэма Белла (1847–1922). Из формулы (5.36) видно, что интенсивность звука с уровнем 1 Б (один бел) в 10 раз превышает интенсивность звука на нижнем пороге слышимости. Бел – довольно крупная единица измерения, поэтому на практике для измерения уровня звука используют более мелкую единицу измерения – **децибел** (обозначение дБ) (1 Б = 10 дБ).

Характеристика звука, которая зависит от частоты колебаний и определяет его положение в звуковом спектре от низких частот (басы) до высоких частот (верха), называется высотой тона.

Высота тона определяется частотой колебаний: с увеличением частоты звук становится более высоким (тонким). При колебаниях реальных источников звука, например, струн или мембран – всегда излучаются сложные звуки, представляющие собой набор различных частот. Звук с самой низкой частотой ν_f , издаваемый телом, называют **основным тоном**, а звуки с частотами $\nu = m\nu_f$ ($m = 2, 3, \dots$) называют **высшими гармониками**.

Характеристика, позволяющая различать два звука одинаковой интенсивности и частоты основного тона, но исходящих от разных источников, называется тембром звука.

Тембр звука зависит от интенсивности, высоты тона и количества высших гармоник, сопровождающих основной тон. Из этого следует, что звуки различаются по тембру благодаря своей сложности. Чем больше гармоник содержит звук, тем более приятным и гармоничным он воспринимается на слух.

По своим характеристикам и ощущениям, которые они вызывают у человека, звуки можно классифицировать следующим образом:

- звуки высокой интенсивности и малой длительности (раскаты грома, грохот, взрывы и т. д.). Такие звуки весьма неприятны для слуха и часто даже вызывают болевые ощущения;
- звуки, возникающие в результате колебаний с изменяющейся во времени амплитудой, но лишённые какой-либо периодичности, называют **шумом**;
- периодические звуки, независимо от их сложности, называются **музыкальными звуками**. Такие звуки приятны для слуха при условии, что их интенсивность не превышает верхнего порога слышимости.

6 Инфразвук и ультразвук. Применение

Диапазон частот звуковых волн значительно шире диапазона, воспринимаемого человеком. Однако существуют животные, способные улавливать колебания как с частотой ниже 16 Гц, так и выше 20 кГц. Например, медузы могут воспринимать звуки частотой примерно 8–13 Гц, собаки слышат звуки до 40 кГц, а летучие мыши и дельфины способны улавливать частоты, превышающие 100 кГц. Звуковые волны с частотой ниже 16 Гц называют **инфразвуком**, а волны с частотой выше 20 кГц – **ультразвуком**.

К источникам инфразвука относятся как природные явления (землетрясения, извержения вулканов, ураганы, водопады), так и объекты антропогенного происхождения (реактивные двигатели, двигатели морских судов и другая тяжёлая техника). Многие животные способны воспринимать инфразвук. Например, слоны, бегемоты, носороги,

жирафы, киты, рыбы, медузы, аллигаторы и крокодилы с помощью инфразвука общаются и/или используют его для навигации. Животные также способны с помощью инфразвука чувствовать приближение различных природных явлений – например, штормы и землетрясения. Хотя люди не способны воспринимать инфразвук, он воздействует на них, вызывая раздражение, ощущение давления в ушах, головные боли, головокружение и другие неприятные состояния. Чем выше уровень инфразвука, тем более выраженным становится его вредное воздействие на человека. Следует избегать длительного пребывания в таких условиях.

Диапазон ультразвуковых частот начинается от 20 кГц и может простирается до 1 ГГц или даже выше. Различают низкочастотный (20–100 кГц), среднечастотный (100 кГц – 10 МГц) и высокочастотный (10 МГц – 1 ГГц) диапазон ультразвука, каждый из которых находит своё специфическое применение.

Ультразвук генерируется с помощью электромагнитных устройств, работающих на основе пьезоэлектрического или магнитострикционного эффекта. Подача переменного напряжения частотой выше 20 кГц на грани пьезоэлектрического кристалла вызывает его сжатие или расширение, в результате чего излучаются акустические волны. В случае магнитострикционного эффекта ферромагнитный материал помещают в переменное магнитное поле, где он начинает вибрировать и становится источником акустических волн.

В природе ультразвук генерируется множеством животных, использующих для ориентации принцип эхолокации. Например, чтобы обнаружить препятствия или добычу, летучие мыши и дельфины испускают короткие ультразвуковые импульсы, а затем улавливают отражённое эхо. Чем больше временной интервал между испусканием импульса и приёмом эхо-сигнала, тем дальше находится препятствие или добыча. Стоит отметить, что принцип эхолокации применяется при создании морских **гидролокаторов** – устройств, регистрирующих ультразвуковые импульсы после их отражения от различных объектов (таких как косяки рыб, подводные лодки или скалы).

Ультразвук находит широкое применение в самых разных областях. В строительстве ультразвуковой контроль используется для выявления дефектов (например, трещин или пустот) в железобетонных конструкциях без их повреждения. В пищевой промышленности ультразвук применяют для стерилизации и консервирования различных продуктов. В сельском хозяйстве он используется для отпугивания вредителей. В промышленности ультразвук обеспечивает более равномерное и

интенсивное окрашивание волокон, одновременно снижая расход красителя. Ультразвук также широко используется в косметологии: для очищения кожи, введения активных веществ, лечения акне и многого другого. В медицине ультразвук применяется как для лечения, так и для диагностики

различных заболеваний. Для этой цели используется эхография (ультразвуковое исследование); это неинвазивный метод медицинского обследования для визуализации внутренних органов в режиме реального времени.

СООБЩЕНИЕ

Акустические эффекты

Работая в парах, **изучите** материалы об акустических эффектах, используя различные источники, и **раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Перечислите** положительные (акустическая оптимизация) и отрицательные (шумовое загрязнение) акустические эффекты, возникающие в результате взаимодействия звука с окружающей средой и организмом человека.
- 2 **Представьте** результаты исследования о негативном влиянии шумового загрязнения на физическое и ментальное/психическое здоровье.
- 3 **Проанализируйте** значимость исследований, направленных на снижение/устранение негативных последствий акустических эффектов (архитектурная акустика, техническая акустика).
- 4 **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую ход исследования и итоговые выводы.
- 5 **Представьте** коллегам готовые проекты и **оцените** друг друга.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Какие механические волны называют звуковыми?
- 2 Каков частотный диапазон звуковых волн, воспринимаемых человеческим ухом?
- 3 Классифицируйте звуковые волны по частоте колебаний.
- 4 Дайте определение интенсивности звука и укажите единицу её измерения в СИ.
- 5 Опишите нижний (и верхний) порог слышимости звуковых волн.
- 6 Дайте определение физической величины, называемой уровнем звука. Какова единица измерения уровня звука в СИ?
- 7 Дайте определение высоты звука. Что представляют собой основной тон и его высшие гармоники?
- 8 Дайте определение тембра звука.
- 9 Классифицируйте звуки по их качеству и вызываемым слуховым ощущениям.
- 10 Каков частотный диапазон инфразвука?
- 11 Перечислите источники инфразвука и области его применения. Как инфразвук воздействует на организм человека?
- 12 Каков частотный диапазон ультразвука?
- 13 Перечислите области применения ультразвука.
- 14 **БИО** Определите интенсивность звука, соответствующую следующим уровням звука:
 - а 20 дБ – шёпот;
 - б 65 дБ – обычный разговор;
 - в 120 дБ – болевой порог;
 - г 140 дБ – рок-концерт.
- 15 **БИО** Диапазон частот, воспринимаемых человеческим ухом, составляет от 16 Гц до 20 кГц. Определите соответствующий диапазон длин волн. Скорость звука в воздухе равна 340 м/с.
- 16 **БИО** Опухоли головного мозга удаляют с помощью ультразвукового хирургического аспиратора, генерирующего звуковые волны частотой 25,6 кГц. Определите длину этих волн в воздухе и в жидкостях организма. Скорость звуковых волн в воздухе составляет 340 м/с, а в жидкостях организма — 1450 м/с.

Проект

STEAM

Применение ультразвука

Цель проекта

Расширение спектра знаний об ультразвуке и его применении в природе и различных сферах деятельности человека.

Сформируйте 4 рабочие группы.

Обсудите планы и распределите обязанности между командами.



Выполните проект STEAM, реализова исследование в соответствии со следующими рекомендациями:

Объясните, как различные биологические организмы используют ультразвук в природе для пространственной ориентации.

Изучите методы искусственного генерирования ультразвука и **отследите** эволюцию сфер его применения.

Проанализируйте использование ультразвука в медицине (например, ультразвуковая диагностика внутренних органов, методы ультразвуковой терапии и т. д.).

Изучите/исследуйте различные ресурсы, чтобы определить роль ультразвука в документальном и художественном кино.

Исследуйте роль ультразвука в научных исследованиях (физика, биология, химия и др.) и применение ультразвуковых эффектов в технике.

Проанализируйте использование ультразвука в промышленности и сельском хозяйстве и **предложите** решение конкретных задач с помощью этих технологий (например, в сельском хозяйстве: борьба с вредителями и грызунами, измерение влажности и плотности почвы и т. д.).

Проанализируйте применение ультразвука в медицине. **Оцените** роль всеобщей ультразвуковой диагностики в преодолении социального неравенства в здравоохранении и обеспечении доступности качественной медицины для всех слоёв населения, в том числе и проживающего в сельской местности.

Оцените возможность реализации предложенных решений для устранения проблем в вашем местном сообществе.

Создайте презентацию PowerPoint, в которой **отразите** проведённые исследования и результаты, полученные в ходе реализации проекта.



Сейсмические волны

Одно из самых разрушительных и пугающих природных явлений на Земле – землетрясение. Землетрясения – это внезапные, относительно локализованные и кратковременные выбросы энергии, вызывающие сотрясения и колебания земной коры в виде распространяющихся сейсмических волн.

Упругие волны, распространяющиеся внутри и на поверхности Земли, называются сейсмическими волнами.

Чаще всего землетрясения длятся всего несколько секунд, но были зафиксированы и землетрясения, продолжавшиеся около минуты или даже дольше. Например, землетрясение в городе Тохоку в Японии (11 марта 2011 г.) длилось около 6 минут. Энергия упругих волн, высвобождаемая при катастрофическом землетрясении, огромна. По оценкам сейсмологов, она достигает примерно 10^{18} Дж (для сравнения – солнечная энергия, поглощаемая поверхностью Земли за год, составляет примерно 10^{24} Дж).

Причиной землетрясений является деформация земной коры (растяжение, сжатие, сдвиг и т. д.), которая приводит к накоплению значительных механических напряжений в горных породах Земли. Когда механическое напряжение превышает прочность горных пород, накопленная энергия внезапно высвобождается, и происходит землетрясение. Область, где высвобождается энергия, называется **очагом** или **гипоцентром** землетрясения и в большинстве случаев располагается на глубинах от 1 до 700 км. Место на поверхности Земли над очагом называется **эпицентром**. Установлено, что масштаб разрушений в эпицентре значительно возрастает, когда очаг находится на небольшой глубине. Если очаг находится на большой глубине, землетрясение проявляется сильно не только в эпицентре, но также и на больших расстояниях от него.

Какова природа сил, порождающих такие деформации? Существует несколько гипотез относительно их происхождения, но большинство исследователей поддерживают гипотезу о **движении тектонических плит**.

Землетрясения могут происходить в любом регионе земной коры, но чаще они случаются вблизи границ тектонических плит – также известных как **трансформные разломы** или **линии разломов**.

Энергия, высвобождаемая в очаге землетрясения, распространяется по всем направлениям сейсмическими волнами.



Землетрясение в городе Тохоку, Япония

Существует два основных типа сейсмических волн: **объёмные волны**, распространяющиеся внутри Земли, и **поверхностные волны**, распространяющиеся вдоль земной коры.

Объёмные волны в свою очередь делятся на **первичные (P-волны)** и **вторичные (S-волны)**. P-волны представляют собой продольные колебания, которые распространяются путём последовательного сжатия и разрежения среды в направлении распространения. Данный тип волн способен распространяться как в твёрдых структурах (литосфера), так и в жидких (магма верхней мантии, внешнее ядро). Установлено, что P-волны всегда достигают поверхности быстрее (распространяются с большей скоростью), чем S-волны, однако последние переносят больше энергии и, следовательно, обладают большей разрушительной силой. Таким образом, обнаружение P-волн могло бы служить предупреждением о надвигающемся разрушении, но временной интервал до прихода S-волн слишком мал (порядка секунд или, самое большее, десятков секунд), чтобы оповестить население и предпринять полноценные меры безопасности или организовать эвакуацию. S-волны распространяются за счёт колебаний частиц среды перпендикулярно направлению движения (то есть это поперечные волны) и проходят только через твёрдые среды (литосферу).

Поверхностные волны распространяются вдоль земной поверхности и делятся на два основных типа: **волны Лява (Лава)** и **волны Рэлея**. Волны Лава вызывают исключительно горизонтальные смещения – колебания из стороны в сторону перпендикулярно направлению своего движения. В то же время волны Рэлея распространяются подобно океанским волнам, заставляя земную кору перемещаться как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости.

Скорость сейсмических волн зависит от плотности и упругих свойств горных пород, через которые они распространяются. Продольные волны (*P*-волны) движутся со средней скоростью 7 км/с, что примерно в 1,7 раз превышает скорость поперечных волн (*S*-волн). Скорость поверхностных волн ниже скорости объёмных волн и составляет примерно 3 км/с.

Для регистрации сейсмических волн во время землетрясения используются высокочувствительные приборы – **сейсмографы**.

В настоящее время для описания разрушительного воздействия и сравнения землетрясений применяются две шкалы: **шкала интенсивности** и **шкала магнитуды**. Согласно шкале интенсивности каждому землетрясению присваивается число, называемое **макросейсмической интенсивностью** (*I*), которое характеризует последствия события в конкретном месте в зависимости от расстояния до эпицентра и особенностей местного грунта. Поскольку при одном и том же землетрясении макросейсмическая интенсивность в разных местах различается, его энергетическая характеристика определяется по максимальному значению заре-

гистрированной интенсивности. Международная шкала интенсивности, используемая в настоящее время большинством стран, состоит из 12 баллов и известна как **шкала сейсмической интенсивности Меркалли**. Каждый балл этой шкалы сопровождается подробным описанием последствий землетрясения, наблюдаемых на поверхности Земли.

Ещё одна шкала, часто применяемая для определения силы землетрясения исключительно на основе инструментальных данных, была предложена **Чарльзом Рихтером**. Он определил магнитуду *M* землетрясения как десятичный логарифм максимальной амплитуды сейсмических волн, зарегистрированной стандартным сейсмографом на расстоянии 100 км от эпицентра. Это означает, что увеличение магнитуды на одну единицу соответствует десятикратному росту максимальной амплитуды сейсмических волн.

Между шкалами Меркалли и Рихтера не существует точного соответствия, их можно сравнивать лишь применительно к конкретному месту. В приведённой ниже таблице шкала сейсмической интенсивности Меркалли представлена в сокращённом виде.

Интенсивность (<i>I</i>)	Последствия землетрясения по шкале Меркалли
1	Микросейсмы, регистрируемые только сейсмографами.
2	Ощущается очень немногими людьми, находящимися в состоянии покоя, особенно на верхних этажах зданий.
3	Колебания ощущаются в помещениях, особенно на верхних этажах, хотя многие не связывают их с землетрясением.
4	Ощущается большинством людей в помещениях в дневное время. Ночью некоторых людей будит от сна. Посуда слегка дребезжит.
5	Ощущается почти всем населением. Небольшие предметы или неустойчивая мебель могут опрокинуться. Люстры раскачиваются.
6	Ощущается всем населением, некоторые в страхе выбегают из домов. Мебель сдвигается с места, местами осыпается штукатурка.
7	Все пугаются и покидают здания. Предметы опрокидываются, на стенах появляются трещины (от незначительных до серьёзных) в зависимости от прочности конструкции.
8	Всеобщая тревога и паника. Рушатся дымоходы. Стены трескаются. Слабые постройки получают повреждения. Тяжёлая мебель сдвигается. Меняется уровень воды в колодцах.
9	Всеобщая паника. Слабые здания рушатся, а прочные получают значительные повреждения. На поверхности земли появляются трещины. Разрываются подземные трубопроводы.
10	Большинство зданий разрушено до основания или сильно повреждено. В земной коре появляются многочисленные трещины. Вода из рек и озёр выходит из берегов.
11	Катастрофа. Разрушены здания, дамбы и транспортные пути, происходят оползни и изменение русел водотоков.
12	Изменение ландшафта. На поверхности Земли образуются волны. Практически ни одно сооружение не выдерживает удара. Руслу водотоков меняются, возникают новые озёра.

Землетрясения, ощущаемые в Республике Молдова, возникают в румынском регионе Вранча. Они

обусловлены столкновением Евразийской плиты с внутриальпийской и Мизийской субплитами –

в частности, процессом субдукции Евразийской плиты. Согласно диаграмме на *рисунке 5.22* (на которой представлены только землетрясения магнитудой $M > 4$, произошедшие за последнее столетие) регион Вранча характеризуется значительной сейсмической активностью. Стоит отметить, что в этот период землетрясения магнитудой $M > 7$ повторялись с интервалом примерно в 35 лет.

Провести тщательный анализ сейсмической активности в нашем регионе за период после 2000 года затруднительно, поскольку период наблюдений является относительно коротким (около 26 лет) и не позволяет выявить устойчивые статистические закономерности. Имеющиеся данные свидетельствуют о том, что в начале XXI века

произошло семь землетрясений магнитудой от 4 до 6 ($4 < M < 6$). Это указывает на более умеренную сейсмическую активность по сравнению с аналогичным периодом прошлого столетия.

Безусловно, сложнейшей задачей для сейсмологов остаётся краткосрочное прогнозирование землетрясений. Технологий, способных точно предсказать дату и время подземного толчка, пока не существует. Никто не может с уверенностью сказать, в какой именно день и в каком регионе произойдёт очередное разрушительное бедствие. Однако сегодня успешно развиваются системы раннего автоматического предупреждения, которые дают людям драгоценные секунды на спасение в момент начала катастрофы.

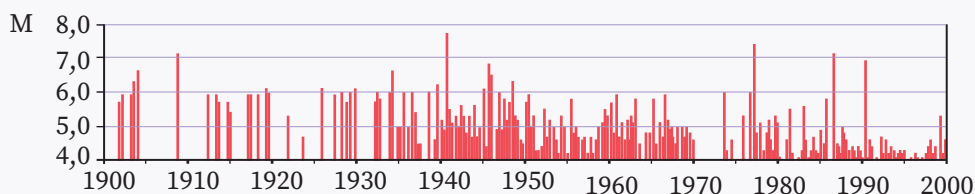


Рис. 5.22

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Назовите упругие волны, распространяющиеся внутри Земли и по её поверхности.
- 2 Опишите понятия «очаг» и «эпицентр» землетрясения. В чём разница между ними?
- 3 Опишите наиболее вероятный механизм возникновения землетрясений.
- 4 Назовите области вблизи границ тектонических плит, где землетрясения происходят наиболее часто.
- 5 Охарактеризуйте типы сейсмических волн.
- 6 Какие шкалы используются в настоящее время для описания и сравнения землетрясений? В чём их различия?
- 7 Первичные (P) волны при землетрясении распространяются в земной коре со средней скоростью 6 км/с, тогда как вторичные (S) волны распространяются со средней скоростью 3,5 км/с. Приборы сейсмической станции регистрируют сначала P-волны, а через 25 секунд – S-волны. Определите местоположение гипоцентра землетрясения (расстояние от сейсмической станции до гипоцентра).

СООБЩЕНИЕ

Сейсмические явления

Работая в парах, **изучите** материалы, касающиеся сейсмических явлений, используя различные источники/ресурсы, и **раскройте** следующие аспекты:

- 1 **Сделайте** обзор истории землетрясений в Молдове.
- 2 **Проанализируйте** основные физические проявления землетрясений (типы сейсмических волн и их характеристики).
- 3 **Опишите** последствия землетрясений (для окружающей среды и сооружений).
- 4 **Представьте** методы оценки землетрясений и их воздействия на людей (шкалы Меркалли и Рихтера).
- 5 **Подготовьте** презентацию в PowerPoint, отражающую ход исследования и итоговые заключения.
- 6 **Представьте** коллегам готовые проекты и **оцените** друг друга.

Суммативный тест

РЕАЛЬНЫЙ ПРОФИЛЬ

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения стали верными.

1 6. **а** Фаза гармонических колебаний материальной точки зависит _____ от времени.

1 6. **б** Точки среды, для которых разность хода равна чётному числу полуволн, колеблются с _____ амплитудой.

1 6. **в** Вибрации с частотой ниже 16 Гц называются _____.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 6. Фаза Вт/м²

1 6. Смещение рад

1 6. Интенсивность звука мм

дБ

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

1 6. **В** **Л** **а** Период колебаний упругого маятника зависит от высоты, на которой маятник находится над поверхностью Земли.

1 6. **В** **Л** **б** Явление дифракции волн заключается в огибании волнами препятствий, размеры которых соизмеримы с длиной волны.

1 6. **В** **Л** **в** Волны, создаваемые источниками колебаний с одинаковой циклической частотой и постоянной во времени разностью фаз, являются когерентными волнами.

4 **3 6.** На рисунке 5.23 представлен график зависимости смещения осциллятора от времени. Используя график, определите период колебаний, а также максимальные значения скорости и ускорения осциллятора.

5 **2 6.** Определите отношение длин двух гравитационных маятников, если отношение периодов их колебаний равно 2.

6 **2 6.** При распространении волны расстояние между двумя соседними точками, колеблющимися в одинаковой фазе, составляет 1,5 м. Определите частоту колебаний, если скорость распространения волны равна 300 м/с.

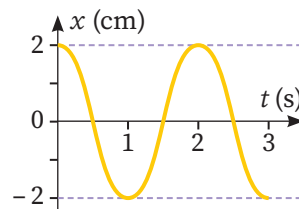


Рис. 5.23

7 Упругий маятник, состоящий из тела массой $m = 16$ г и пружины, совершает колебания под действием силы упругости пружины, описываемые уравнением $x = 10 \sin \left(\frac{\pi}{8} t + \frac{\pi}{8} \right)$ (в см). Определите:

2 6. **а** максимальное значение силы, действующей на тело, подвешенное к пружине;

6 6. **б** выражения, описывающие зависимость кинетической, потенциальной и полной энергий тела от времени;

2 6. **в** момент времени, когда тело находится на расстоянии, равном половине амплитуды.

8 **6 6.** Расстояние между гребнями морских волн составляет $\lambda = 5$ м. При встречном движении катера волна за $t = 1$ с ударяет о корпус катера 4 раза, а при попутном – 2 раза. Определите скорости катера и волны.

1 Заполните пропуски так, чтобы утверждения были верными.

- 1 б. а) Величина, численно равная числу полных колебаний, совершаемых за единицу времени, называется _____.
- 1 б. б) Колебания, амплитуда которых уменьшается в процессе колебательного движения, называются _____ колебаниями.
- 1 б. в) Волна, в которой смещение частиц среды происходит перпендикулярно направлению распространения – это _____ волна.

2 Установите (с помощью стрелок) соответствие между физическими величинами и единицами измерения:

1 б.	Частота	с
1 б.	Амплитуда	дБ
1 б.	Уровень звука	см
		Гц

3 Определите истинность следующих утверждений, отметив «В», если утверждение верно, и «Л», если утверждение ложно.

- 1 б. в л а) Полная энергия колебательной системы прямо пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.
- 1 б. в л б) Волна, распространяющаяся от точечного источника в однородной и изотропной среде, является плоской волной.
- 1 б. в л в) В воздухе могут распространяться только поперечные волны.

4 3 б. На рисунке 5.24 представлен график зависимости смещения осциллятора от времени. Определите по графику амплитуду, период и циклическую частоту колебаний.

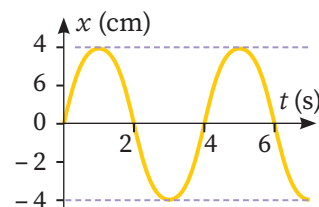


Рис. 5.24

5 2 б. Во сколько раз нужно увеличить длину гравитационного маятника, чтобы период его колебаний увеличился в три раза?

6 2 б. Небольшая лодка совершает колебания на морских волнах с периодом 2 с. Определите длину волны, если скорость распространения морских волн составляет 5 м/с.

7 Тело массой 200 г, подвешенное к упругой пружине, совершает гармонические колебания в соответствии с уравнением $x = 10 \sin\left(\frac{\pi}{8}t + \frac{\pi}{8}\right)$ (см). Определите:

- 2 б. а) амплитуду, циклическую частоту, собственную частоту, период и начальную фазу колебаний;
- 4 б. б) значение смещения, скорости и ускорения при колебательном движении в момент времени $t = 1$ с;
- 2 б. в) жёсткость пружины;
- 2 б. г) полную энергию осциллятора.

8 6 б. На берегу озера раздаётся громкий кратковременный звук. Пловец, находящийся у противоположного берега и полностью погружённый в воду, слышит звук, тут же поднимает голову над водой и снова слышит этот звук через 5 с. Определите ширину озера, если скорость звука в воде составляет 1430 м/с, а в воздухе – 330 м/с.

Суперпозиция/сложение коллинеарных колебаний

В реальности тела нередко подвергаются воздействию сил, каждая из которых по отдельности порождает собственное колебательное движение. Результирующее колебательное движение тела оказывается гораздо более сложным и, как правило, перестаёт быть гармоническим. В данном разделе ограничимся более простым случаем – применим **принцип суперпозиции малых колебаний**.

Смещение тела, совершающего несколько колебательных движений одновременно, равно алгебраической сумме смещений, соответствующих каждому из этих движений.

Исследуем частный случай колебаний одинаковой циклической частоты, амплитуды которых сонаправлены. Пусть процессы заданы уравнениями:

$$\begin{aligned} x_1 &= A_1 \cos(\omega t + \varphi_{01}), \\ x_2 &= A_2 \cos(\omega t + \varphi_{02}), \end{aligned} \quad (5.37)$$

где x_1, x_2, A_1, A_2 и $\varphi_{01}, \varphi_{02}$ – смещения, амплитуды и начальные фазы двух составляющих колебаний соответственно. Если тело одновременно участвует в двух колебательных движениях (5.37), то, согласно принципу суперпозиции малых колебаний, результирующее колебание характеризуется смещением:

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi), \quad (5.38)$$

где A и φ – амплитуда и начальная фаза результирующего колебания, которые необходимо определить. Используем метод векторных диаграмм (представлением колебаний в виде амплитудных векторов). Амплитудный вектор – это вращающийся вектор $\vec{A}$, модуль которого равен амплитуде колебания A и ориентирован так, что угол, образованный им с произвольно выбранным направлением (например, осью Ox), равен фазе колебания. Векторы $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ строим в плоскости xOy с общим началом в точке O , модули векторов равны A_1 и A_2 , а ориентация определяется углами φ_{01} и φ_{02} соответственно относительно оси Ox (рис. 5.25). Тогда суперпозиция двух колебаний эквивалентна сложению векторов $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, которое можно выполнить по правилу параллелограмма (см. п. 1.4, а). Диагональ параллелограмма, построенного на векторах $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$, представляет собой результирующий вектор $\vec{A}$, выходящий из точки O . Этот вектор характеризует амплитуду A результирующего колебания, а угол φ между вектором $\vec{A}$ и горизонтальной осью опреде-

ляет начальную фазу. Полученное графическое изображение (рис. 5.25) называется **векторной диаграммой**. Угол между векторами не меняется с течением времени, так как угловые скорости векторов равны. Применим теорему косинусов (треугольник OPF) для определения амплитуды результирующего колебания. Действительно, согласно теореме, $A^2 = A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2 \cos \alpha$. Из рисунка 5.25 видно, что $\alpha = \pi - (\varphi_{02} - \varphi_{01})$, и, используя формулы приведения, получаем: $\cos[\pi - (\varphi_{02} - \varphi_{01})] = -\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01})$. Таким образом,

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}). \quad (5.39)$$

Начальная фаза результирующего колебания легко определяется из прямоугольного треугольника ONF : $\operatorname{tg} \varphi = NF/ON = (NQ + QF)/(OM + MN)$. Из треугольников $\triangle OMP$ и $\triangle PQF$ имеем: $OM = A_1 \cos \varphi_{01}$, $NQ = A_1 \sin \varphi_{01}$, $MN = A_2 \cos \varphi_{02}$, $QF = A_2 \sin \varphi_{02}$.

Следовательно,

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_{01} + A_2 \sin \varphi_{02}}{A_1 \cos \varphi_{01} + A_2 \cos \varphi_{02}}. \quad (5.40)$$

Следует отметить, что вектор, представляющий результирующее колебание, вращается вместе с векторами, соответствующими составляющим колебаниям, с той же угловой скоростью ω . Амплитуда результирующего колебания в любой момент времени зависит от угла между векторами двух колебаний, который равен разности фаз $\Delta\varphi$ между ними:

$$\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_{02}) - (\omega t + \varphi_{01}) = \varphi_{02} - \varphi_{01}.$$

Если составляющие колебания находятся в фазе, то $\Delta\varphi = 2k\pi$, где $k \in \mathbb{N}$ и $\cos(\pm 2k\pi) = \cos(2k\pi) = 1$, и из (5.39) следует, что амплитуда результирующего

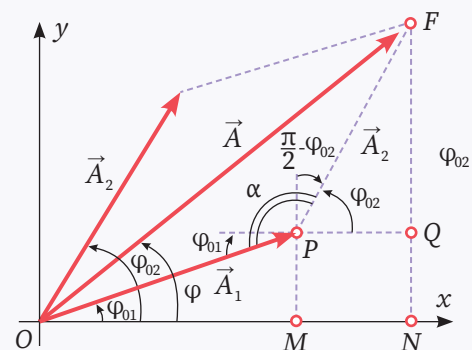


Рис. 5.25

колебания $A = A_1 + A_2$ достигает максимума. Если составляющие колебания происходят в противофазе

($\Delta\varphi = \pm(2k+1)\pi$, $\cos[\pm(2k+1)\pi] = -1$), то амплитуда $A = |A_1 - A_2|$ будет минимальной.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 В чём заключается физический принцип суперпозиции для малых колебаний?
- 2 Назовите элементы векторной диаграммы (диаграмма амплитудных векторов), и объясните, как она строится.
- 3 Объясните, как амплитуда результирующего колебания зависит от разности фаз между складываемыми колебаниями.
- 4 Точечное тело совершает гармоническое колебательное движение, представляющее собой суперпозицию двух колебаний, направленных вдоль одной прямой и описываемых уравнениями: $x_1 = 5 \sin(2\pi t + \pi/3)$ (см) и $x_2 = 3 \sin(2\pi t + 2\pi/3)$ (см). Запишите уравнение результирующего колебания.
- 5 Материальная точка совершает колебательное движение, являющееся результатом суперпозиции двух колебаний вдоль одной прямой: $x_1 = \sin 2t$ (см) и $x_2 = 2 \cos 2t$ (см). Определите амплитуду и начальную фазу результирующего колебания.

5.14 (у)

Уравнение плоской волны

Установим вид волновой функции, связывающей смещение y частиц однородной среды без потерь энергии с расстоянием x от источника колебаний и временем t . Для этого рассмотрим источник гармонических колебаний, расположенный в точке O , от которого вдоль оси Ox распространяется плоская волна. В начальный момент времени точка с координатой $x = 0$ совершает колебания по закону (5.14, а), при этом для простоты начальная фаза φ_0 принимается равной нулю, а смещение, в отличие от формулы (5.14, а), обозначается буквой y :

$$y_0 = A \sin \omega t. \quad (5.41)$$

Вследствие этого все частицы среды также придут в гармоническое (синусоидальное) колебательное движение с той же циклической частотой ω и амплитудой A , но с различными фазами. Таким образом, в данном случае плоская волна описывается синусоидальной функцией, представленной на рисунке 5.26.

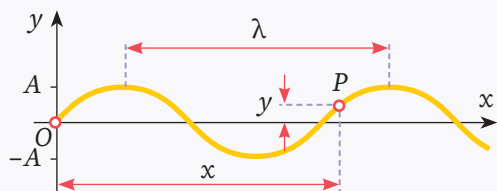


Рис. 5.26

Рассмотрим колебательное состояние частицы P , находящейся на расстоянии x от источника O . Если частица в точке O (источник колебаний) совершает колебания в течение t секунд, то точка P находится в этом состоянии лишь в течение $(t - \Delta t)$ секунд, где Δt – время, необходимое для вовлечения точки P в колебательное движение, то есть время, за которое волна проходит расстояние x (рис. 5.26). Смещение точки P также описывается уравнением (5.41), но с другой фазой:

$$y_p = A \sin \omega(t - \Delta t).$$

Поскольку среда, в которой распространяется волна, однородна и недиссипативна*, скорость волны остаётся постоянной, и $\Delta t = x/v$.

Таким образом, получаем:

$$y = A \sin \omega \left(t - \frac{x}{v} \right). \quad (5.42, а)$$

С учётом соотношений $\omega = 2\pi/T$ и $\lambda = vT$ уравнение (5.42, а) можно также записать в виде:

$$y = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right). \quad (5.42, б)$$

Уравнения (5.42, а) и (5.42, б) описывают процесс распространения плоской волны и называются **уравнением плоской волны** или **уравнением бегущей волны**. Часто это уравнение записывают в более простом виде:

$$y = A \sin(\omega t - kx), \quad (5.42, в)$$

где

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (5.43)$$

* **Диссипативная система** – это открытая физическая система, которая рассеивает (диссипирует) энергию, поступающую извне.

называется **волновым числом** и показывает, сколько раз длина волны λ укладывается на расстоянии 2π метров.

Соотношение

$$\varphi = \omega t - kx \quad (5.44)$$

или соответствующие ему выражения из (5.42, а) и (5.42, б) представляет собой фазу плоской волны. Оно описывает состояние колебаний любой частицы среды в любой момент времени.

Уравнение плоской волны демонстрирует периодичность волнового движения, как во времени, так и в пространстве. Действительно, для фиксированной точки среды (при неизменном значении x) по истечении интервала времени $\Delta t = mT$ (где m – целое число) аргумент функции (5.42, б) изменяется на $2\pi m$:

$$2\pi \left(\frac{t + mT}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + 2\pi m,$$

однако сама функция остаётся неизменной. Иными словами, **по истечении интервалов времени, равных целому числу периодов, любая точка среды совершает колебания синфазно с источником колебаний**. Значение функции (5.42, б) в любой момент времени остаётся одинаковым для всех точек, отстоящих друг от друга на расстояние $\Delta x = m\lambda$, поскольку и в этом случае её аргумент изменяется на $2\pi m$:

$$2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x + m\lambda}{\lambda} \right) = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) + 2\pi m.$$

Отсюда следует, что в любой произвольный момент времени точки среды, расположенные на расстояниях, кратных длине волны λ , совершают колебания синфазно.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Вдоль прямой распространяются колебания со скоростью 40 м/с и периодом $T = 1$ с. На расстоянии 25 м от источника спустя 5 секунд после прихода туда волны смещение составляет 0,02 м. Каковы смещение и фаза колебаний в тот же момент времени для точки, расположенной на расстоянии 30 м от начальной точки?

Решение

Дано:

$T = 1$ с;
 $v = 40$ м/с;
 $t = 5$ с;
 $x_1 = 25$ м;
 $x_2 = 30$ м;
 $y_1 = 0,02$ м

 $y_2 = ?$, $\varphi_2 = ?$

Согласно уравнению плоской волны (5.42, а):

$$y_1 = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x_1}{v} \right) \text{ и } y_2 = A \sin \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x_2}{v} \right).$$

Смещение частиц в точке x_2 полностью определяется амплитудой и фазой волны в этой точке.

$$A = y_1 / \sin[(2\pi/T)(t - x_1/v)] = 0,02 / \sin(35\pi/4) = 0,02\sqrt{2} \approx 0,03 \text{ м.}$$

Фаза волны на расстоянии x_2 от источника колебаний в момент времени t представляет собой аргумент функции синус в уравнении для y_2 , то есть $\varphi_2 = \frac{2\pi}{T} \left(t - \frac{x_2}{v} \right) = \frac{17\pi}{2}$ рад, и для рассматриваемого смещения получаем $y_2 = A \sin \varphi_2 = 0,03 \sin \frac{17\pi}{2} = 0,03$ м.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Запишите уравнение плоской волны и перечислите входящие в уравнение физические величины.
- 2 Дайте определение волнового числа и объясните его физический смысл.
- 3 Объясните, как проявляются временная и пространственная периодичность волнового движения.
- 4 Две точки, расположенные на линии распространения плоской волны, находятся на расстояниях 5 м и 10 м от источника колебаний. Чему равна разность фаз колебаний в этих точках, если период составляет 0,05 с, а волна распространяется со скоростью 200 м/с?
- 5 Материальная точка совершает гармонические колебания по закону $y_0 = 2 \sin 40\pi t$ (см). Запишите уравнение плоской волны, распространяющейся от источника колебаний со скоростью 240 м/с. Определите фазу и смещение точки, находящейся на расстоянии $x_1 = 5$ м от источника колебаний, в момент времени $t = 0,2$ с.
- 6 Волна распространяется от источника колебаний с амплитудой 4 см и циклической частотой 0,5 рад/с. В момент времени $t = 1$ с она приводит в колебательное движение точку, расположенную на расстоянии $x = 10$ м от источника. Определите волновое число, если смещение этой точки составляет 2 см.

Отражение и преломление волн на основе принципа Гюйгенса

Рассмотрим границу раздела S двух различных однородных и изотропных сред (1 и 2), в которых плоская волна распространяется со скоростями v_1 и v_2 соответственно (рис. 5.27). В момент времени t_1 фронт падающей волны AB достигает положения A_1B' , при этом точка A_1 оказывается на поверхности раздела S . С этого момента и в течение интервала времени от t_1 до t_2 все точки фронта волны будут последовательно достигать границы раздела сред на участке между точками A_1 и B_1 .

Согласно принципу Гюйгенса точки поверхности на отрезке $[A_1, B_1]$ рассматриваются как источники вторичных сферических волн, распространяющихся в обеих средах, но с разными скоростями. К моменту времени t_2 , когда последняя точка фронта падающей волны достигнет поверхности раздела S , вторичная сферическая волна с центром в точке A_1 уже образует полусферу радиуса $A_1B'' = v_1\Delta t = B'B_1$, расположенную в среде 1, и ещё одну полусферу радиуса:

$$A_1A' = v_2\Delta t = B'B_1 \cdot \frac{v_2}{v_1}, \quad (5.45)$$

расположенную в среде 2 (рис. 5.27).

Если провести касательную из точки B_1 к упомянутой полусфере, то отрезок B_1B'' будет соответствовать фронту отражённой волны, а отрезок B_1A' – фронту преломлённой волны.

Падающий и отражённый лучи иллюстрируют законы отражения, тогда как падающий и преломлённый – законы преломления. Действительно, поскольку $\Delta A_1B'B_1$ и $\Delta A_1B''B_1$ – прямоугольные треугольники с общей гипотенузой A_1B_1 и равными катетами $A_1B'' = B'B_1 = v_1\Delta t$, то $\angle B'A_1B_1 = \angle B''B_1A_1$. Однако $\angle B'A_1B_1 = i$ и $\angle B''B_1A_1 = i'$ (как углы со взаимно перпендикулярными сторонами), что и демонстрирует закон отражения (5.32).

Заметим, что в треугольниках $\Delta A_1B'B_1$ и $\Delta A_1A'B_1$ углы $\angle B'A_1B_1 = i$ и $\angle A_1B_1A' = r$ равны, так как их стороны соответственно перпендикулярны. При этом $A_1A' = A_1B_1 \sin r$, а $B'B_1 = A_1B_1 \sin i$ (рис. 5.27). Подставив эти соотношения в (5.45), мы получаем закон преломления (5.33).

Среда, характеризующаяся меньшей скоростью распространения волн, является **более плотной**, а среда с большей скоростью – **менее плотной**. Проанализируем поведение отражённой волны в этих двух ситуациях.

Рассмотрим волну, распространяющуюся по натянутой струне, один конец которой закреплён на абсолютно жёсткой опоре, что моделирует ситуацию отражения от более плотной среды. Когда волновое возмущение достигает закреплённого конца (рис. 5.28, а), оно стремится сместить жёсткую опору вверх с силой F_c . Согласно третьему закону Ньютона, опора действует на струну с силой F_s , равной по величине F_c , но противоположной по направлению. Под её влиянием формируется отражённая волна, которая возвращается обратно с противоположным знаком смещения (в противофазе к падающей).

Другими словами, отражённое возмущение претерпевает фазовый сдвиг на 180° (π радиан). Следовательно, при отражении от более плотной

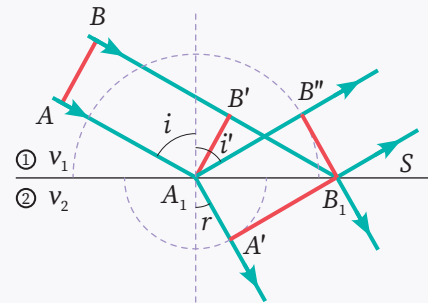


Рис. 5.27

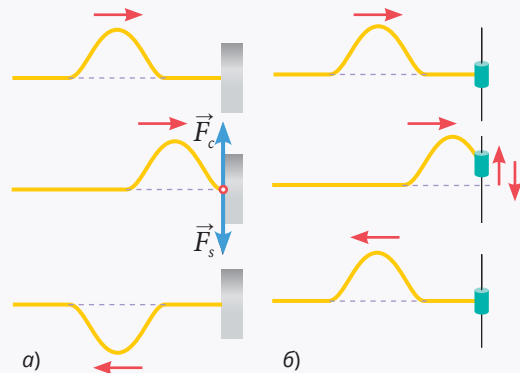


Рис. 5.28

среды отражённая волна смещается по фазе на π радиан относительно падающей волны.

При отражении от более плотной среды отражённая волна претерпевает сдвиг фазы на π радиан относительно падающей волны.

Для моделирования менее плотной среды конец струны закрепляют на ползунке, способном перемещаться по вертикальному стержню без трения (рис. 5.28, б), волна свободного конца, воз-

действует на него с силой F_c и беспрепятственно смещает ползунок вверх, сообщая ему колебательное движение. Это, в свою очередь, порождает отражённую волну, фаза которой совпадает с фазой падающей волны (отражение происходит без потери полуволны).

Таким образом,

при отражении от менее плотной среды отражённая волна находится в той же фазе, что и падающая.

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- 1 Продемонстрируйте законы отражения и преломления, используя принцип Гюйгенса.
- 2 Каков сдвиг фаз между отражённой и падающей волнами при отражении от более плотной среды? Объясните механизм возникновения сдвига фаз.
- 3 Объясните, почему отражённая и падающая волны находятся в одной фазе при отражении от менее плотной среды.

5.16 (y)

Количественный анализ интерференции волн

Рассмотрим когерентные источники S_1 и S_2 , от которых распространяются две плоские волны, описываемые уравнениями вида (5.42, в)

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t - kx_1)$$

и

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t - kx_2),$$

где x_1 и x_2 – расстояния от произвольной точки P в поле интерференции до соответствующих источников (рис. 5.29), а k – волновое число (5.43).

Каждая из волн вызывает в точке P в колебательное движение, и, поскольку достигающие её колебания коллинеарны, движение представляет собой результат суперпозиции этих колебаний. Амплитуда результирующего колебания определяется соотношением (5.39), из которого следует:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \Delta\varphi}, \quad (5.46)$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \omega t - kx_2 - \omega t + kx_1 = k(x_1 - x_2) = k\Delta x$ – разность фаз волн, а величина Δx называется разностью хода. С учётом (5.43) получаем соотношение

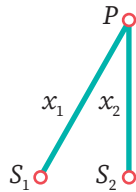


Рис. 5.29

между разностью фаз и разностью хода когерентных волн:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x. \quad (5.47)$$

Из теории суперпозиции колебаний известно, что амплитуда результирующего колебания максимальна, когда разность фаз кратна чётному числу радиан π , т. е.

$$\Delta\varphi_{\max} = \pm 2m\pi \quad (5.48, a)$$

и минимальна, когда разность фаз кратна нечётному числу радиан π , т. е.

$$\Delta\varphi_{\min} = \pm (2m + 1)\pi. \quad (5.49, a)$$

Очевидно, что соотношения (5.48, а) и (5.49, а) представляют собой соответственно условия максимумов и минимумов интерференции, выраженные через разность фаз. Однако, используя соотношение (5.47), мы получаем те же условия, но выраженные через разность хода:

$$\Delta x_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (5.48, б)$$

и, соответственно:

$$\Delta x_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (5.49, б)$$

Очевидно, что условия подтверждают результаты (5.34) и (5.35), полученные ранее на основе качественного анализа рассматриваемого явления. В соотношениях (5.48) – (5.49) $m \in N$ является порядком интерференционного максимума или минимума.

Области, в которых все точки характеризуются одинаковым результатом интерференции (максимумом или минимумом), называются **интерференционными полосами**. Таким образом, интерференционная картина представляет собой чередование **полос с максимальной амплитудой** и **полос с минимальной амплитудой**.

Следовательно, условия возникновения интерференционных максимумов и минимумов можно сформулировать следующим образом:

Точки интерференционного поля, в которых разность хода (или разность фаз) соответствует чётному числу полуволн (или кратному числу π радиан), соответствуют интерференционным максимумам, тогда как точки, в которых она соответствует нечётному числу полуволн (или нечётному числу π радиан), соответствуют интерференционным минимумам.

Частный случай интерференции наблюдается при наложении двух бегущих волн, распространяющихся вдоль одной линии, но в противоположных направлениях. Такая ситуация всегда возникает при полном или частичном отражении волн от границы раздела сред. Результатом такого наложения может стать образование так называемой **стоячей волны**.

Рассмотрим процесс образования стоячей волны в струне, закреплённой на одном конце. Если на свободном конце возбудить колебания с периодом T , то вдоль струны начнёт распространяться бегущая волна с длиной волны λ , описываемая уравнением $y_1 = A_0 \sin(\omega t - kx_1)$. Достигнув закреплённого конца, волна отражается и распространяется обратно вдоль струны в противоположном направлении, причём со сдвигом фазы на π радиан относительно падающей волны. Поскольку обе волны (падающая и отражённая) исходят из одного источника, они имеют одинаковые амплитуду и

циклическую частоту, а разность фаз между ними остаётся постоянной во времени, то есть они являются когерентными и удовлетворяют необходимым условиям для возникновения интерференции. Учитывая, что уравнение отражённой волны имеет вид $y_2 = A_0 \sin(\omega t + kx_2 - \pi)$, из выражения (5.46) для амплитуды стоячей волны получаем следующее:

$$A = \sqrt{2A_0^2(1 + \cos \Delta\varphi)} = \sqrt{4A_0^2 \cdot \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}} = \left| 2A_0 \cos \frac{k\Delta x - \pi}{2} \right|. \quad (5.50)$$

Пусть x – расстояние от произвольной точки P на струне до её закреплённого конца (рис. 5.30). Тогда расстояния, пройденные каждой волной от источника колебаний S до точки P , равны соответственно $x_1 = l - x$ и $x_2 = l + x$, где l – длина струны. Разность хода двух волн составляет $\Delta x = x_2 - x_1 = 2x$. Таким образом, для амплитуды стоячей волны (5.50) получаем:

$$A = \left| 2A_0 \cos \left(kx - \frac{\pi}{2} \right) \right| = 2A_0 |\sin kx|. \quad (5.51)$$

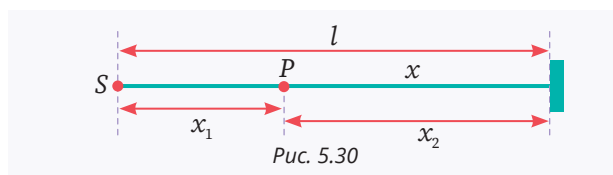


Рис. 5.30

Из (5.51) можно легко определить положения интерференционных минимумов, называемых в данном случае **узлами** (где амплитуда стоячей волны равна нулю), и интерференционных максимумов, называемых **пучностями** (где амплитуда максимальна). Учитывая, что волновое число $k = 2\pi/\lambda$, а положения пучностей определяются условием $|\sin kx| = 1$, получаем: $\frac{2\pi}{\lambda} x_{\text{пучн}} = (2m + 1) \frac{\pi}{2}$ или $x_{\text{пучн}} = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$, а для положений узлов, исходя из условия $|\sin kx| = 0$, получаем $\frac{2\pi}{\lambda} x_{\text{узла}} = m\pi$ или $x_{\text{узла}} = 2m \cdot \frac{\lambda}{4}$, где $m = 0, 1, 2, \dots$

РАЗВИВАЕМ КОМПЕТЕНЦИИ

- Каковы условия возникновения интерференционных максимумов и минимумов, выраженные через: а) разность хода; б) разность фаз?
- Два когерентных источника совершают колебания с частотой $\nu = 1$ Гц, а создаваемые ими волны распространяются по поверхности воды со скоростью 1,5 м/с. Определите минимальное значение разности хода на поверхности воды, при котором будут наблюдаться: а) усиление волн; б) ослабление волн.
- Две волны от когерентных источников, совершающих колебания с периодом $T = 0,5$ с, распространяются в среде со скоростью 1 км/с. Определите значения разности хода в области наложения волн, при которых будут наблюдаться интерференционный максимум и минимум второго порядка.
- От двух когерентных источников, разделённых расстоянием $d = 2$ м распространяются волны в упругой среде со скоростью 340 м/с. Интерференционный максимум зафиксирован на расстоянии $L = 200$ м от середины отрезка, соединяющего источники, на линии, перпендикулярной этому отрезку, следующий максимум был зафиксирован на расстоянии $\Delta l = 1,7$ м от первого на линии, параллельной той, на которой расположены источники. Какова частота колебаний источников волн?

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ

Глава I. Кинематика

- 1.2** 6. 3 м, 17 м; 7. 2,0 км, 0,8 км; 8. 3,5 м, 5,8 м; 9. 1,0 м, 1,6 м; 10. 118,6 м.
- 1.3** 5. 0; 6. 4 единицы, 30° с осью Ox и 60° с осью Oy ; 7. $2\sqrt{5}$ единиц, 10 единиц; 8. 5 единиц.
- 1.4** 9. $2 \cdot 10^{-6}$, 0,005 с; 10. 10 м^2 , 13 м, 0,09, 0,05, 0,9 м^2 , 0,65 м.
- 1.5** 4. 12,5 м/с; 5. 90 с; 6. $x = 8 - 1,5t$; 7. $-1,2 \text{ м/с}$, -6 м , 6 м , $x = 5,2 - 1,2t$; 8. 4 с, 8 м и 12 м.
- 1.6** 3. 16 м/с; 4. 5,4 м/с; 5. 80 с; 6. 45 с; 7. 0,5 м/с; 8. а) 3,2 м/с, б) 20 м, в) 63,2 м.
- 1.7** 8. 27 м/с; 9. 4 м/с; 10. 0,5 час; 11. $-0,2 \text{ м/с}^2$, в направлении, противоположном скорости; 12. 12 м/с; 13. 5 м, 5 м, 13 м; 14. 10 с; 15. 45 м; 16. $2,0 \text{ м/с}^2$, $0,2 \text{ м/с}$; 17. 2 м/с, 8 м/с; 18. 6,1 м/с; 19. 180 м, 60 м/с; 20. 1200 м/с^2 , 2,9 мс, 600 м/с^2 , 5,8 мс; 21. В два раза, через 3 с (при подъёме) и через 7 с (при спуске); 22. 55 м, 45 м; 23. 6 с, 55 м/с; 24. 2,5 с.
- 1.8** 7. 18,8 м/с; 8. 0,6 с; 9. 465,2 м/с; 10. 0,25 м; 11. $v_{\text{сек}}/v_{\text{мин}} = 20$; 12. $2,4 \text{ м/с}^2$; 13. $1,6 \text{ м/с}^2$; 14. 8 рад/с, 0,4 м; 15. 4,0 рад/с; 16. 3 рад/с; 17. 140 м/с.
- 1.9** ^(y) 5. 80 м; 6. а) 24 м/с, б) 2,1 с, в) 22 м, г) 25,2 м; 7. 20 м/с; 8. 6 м/с; 9. а) 14,1 м/с, 14,1 м/с, $v(t) = 10\sqrt{t^2 - 2,82t + 4}$ (м/с), б) $\beta(t) = \arctg(1 - 0,71t)$, в) $x(t) = 14,1t$ (м), $y(t) = (14,1t - 5t^2)$ м, г) $y = x - 0,025x^2$, д) 10 м, 40 м, 2,82 с; 12. 14,6 м, 10,4 м/с, $\approx 15^\circ$ под горизонталью; 13. а) 35 м, б) 4,6 с, в) 175 м; 14. а) 34,6 м, 5 м, б) 20 кг.

Глава II.

Динамика

- 2.2** 6. а) 66 Н, б) стартовые колодки; 7. 0,6 кг; 8. 7 кг; 9. 1,125 кг; 10. 4,8 м/с²; 11. 160 кН; 12. 5,1 м/с²; 13. 6,7 м/с²; 14. 1,2 кг; 15. 2 м/с²; 16. 0,6 Н.
- 2.3** 3. 25 Н; 4. Нет, сила натяжения нити равна 10 Н.
- 2.4** 10. $5,97 \cdot 10^{24}$ кг; 11. $2 \cdot 10^{30}$ кг; 12. $3,8 \cdot 10^8$ м; 13. 0,03 м/с².
- 2.5** 4. 500 Н/м, 4 кг; 5. 1000 Н/м; 6. а) 120 Н/м, б) 500 Н/м; 7. 45 Н/м, 2,7 Н; 8. 2,5 м/с²; 9. 1 м/с.
- 2.6** 9. Да; 10. 0,6; 11. 5 м/с; 12. 0,02 м; 13. 0,5; 14. 240,2 Н; 15. В 3 раза; 16. 0,77.
- 2.7** * 1. 2 м/с²; 2. 100 Н; 3. 1 м/с²; 4. 0,9 м/с²; 5. 30°, 0,23; 6. 0,5 Н; 7. 15 кН, 18 кН, 10,5 кН, 12 кН, 161 км/час; 8. 280 Н, 1120 Н.
- 2.8** ^(У) 3. 7,3 км/час, 1,8 часа; 4. 3,6 км/с; 5. 8.
- 2.9** ^(У) 1. 0,75 м/с²; 2. 3,7 м/с², 2,52 Н; 3. 1,9 м/с²; 4. 40,5 Н, 1,1 м.
- 2.10** ^(У) 7. а) 19,3°, б) 2,1 Н; 8. 10 рад/с.

Глава III.

Механический импульс. Механическая работа и энергия

- 3.1** 5. Импульс первой тележки больше в 1,5 раза; 6. 2,7 м/с; 7. 0,6 кг · м/с, а) 0, б) 1,2 кг · м/с, в) 0,8 кг · м/с, г) 0,6 кг · м/с; 8. 9 м/с; 9. 9000 кг · м/с; 10. 2,5 с; 11. а) $2,6 \cdot 10^4$ кг · м/с, б) $1,7 \cdot 10^5$ Н.
- 3.2** 5. 0,8 м/с; 6. 4,5 м/с; 7. 0,05 м/с; 8. 8 м/с, 53°; 9. 57,7 м/с, 19,2 м/с; 10. 0,9 м/с; 11. $2,77 \cdot 10^5$ кг.
- 3.3** 6. 28 Н; 7. 727,5 Дж; 8. 30°; 9. 2,5 м/с²; 10. 0,4; 11. 150 Вт; 12. 40 м/с; 13. $1,3 \cdot 10^5$ Дж, 1,5 Вт; 14. 30°.
- 3.4** 6. 0,08 кг; 7. 1,25 раза; 8. 40 Дж; 9. 0,3 кг; 10. 1 kW, 1,6 kW; 11. 14 Н; 12. а) 60 кДж, б) 100 кДж; 13. В третьей доске; 14. Уменьшается на 5,4 Дж.
- 3.5** 6. Потенциальная энергия стального шарика в 2,89 раза больше, чем у алюминиевого; 7. 200,0 Дж, энергия сокращённых мышц ног; 8. 1000 Дж; 9. 4,5 кДж.
- 3.6** 5. 10 Дж; 6. 1,5 Дж; 7. 0,32 Дж; 8. 3,3 Дж.

- 3.7** 4. $L_{1231} = -F_f (l_1 + l_2 + \sqrt{l_1^2 + l_2^2})$, $L_{12341} = -2F_f (l_1 + l_2)$; 5. При большей скорости на одном и том же пути работа сил сопротивления будет по модулю больше, чем на малой скорости. Учитывая, что работа сил сопротивления в двух случаях отрицательна, то она на больших скоростях меньше, чем на малых.
- 3.8** 5. 20 м; 6. 15 м/с; 7. а) 5,0 м/с, б) 1,8 м/с; 8. 1,1 м/с; 9. 0,5 м; 10. $\frac{m_2 v_2^2}{2m_1} (m_1 + m_2)$.
- 3.9** ^(y) 3. 4 м/с, 8 м/с, 6,25; 4. а) 2 кг · м/с, 8 кг · м/с, б) -8 кг · м/с, в) (1/3) Дж, 8 Дж, г) -8 Дж; 5. в 1,5 раза; 6. 0,36; 7. а) 3,5 м/с, 2 м/с, б) 60°.

Глава IV.

Элементы статики

- 4.1** 6. 30°, 1018,4 Н; 7. 983 Н; 8. 24,0 Н, 4,8 Н; 9. 2 Н.
- 4.2** 6. 550 Н; 7. 0,7 м; 8. 112 Н; 9. 130 Н, 150 Н; 10. 27 кН; 11. 560 Н; 12. 1,8 м, 270,0 Н; 13. 14°.
- 4.4** * 2. На 0,2 м к противоположному концу; 3. На расстоянии 5,37 см от точки касания до центра медного шара; 4. Выбираем ось x в направлении AE и ось y в направлении AB с началом в A . Координаты центра тяжести равны: $x_c = 14,1$ см, $y_c = 5,5$ см; 5. $\approx 71^\circ 30'$.

Глава V.

Механические колебания и волны

- 5.1** 9. 8 см; 10. 3 с; 11. 1,25 Гц; 12. 2 Гц; 13. 0,75 с, 1,3 Гц; 14. 1,2 м; 15. 1 с.
- 5.2** 12. 0,2 м, 0,628 с, $\pi/2$; $x(t) = 0,2 \sin(10t + \pi/2)$ (м); 13. 0,4 кг; 14. 0,25 м; 15. 1,57 с; 16. 0,22 Н/м, 6 Гц; 17. 2 мм.
- 5.3** 5. 0,25 с; 6. 3,2 мН, 128 мкДж; 7. $x = 2,5 \sin(4t + \pi/4)$ (см); 8. а) $1/\sqrt{2}$, б) 3.
- 5.6** 7. 300 Гц; 8. 3 м; 9. 10 мс; 10. 0,7 м/с.
- 5.11** 14. а) 10^{-10} Вт/м², б) $3,2 \cdot 10^{-6}$ Вт/м², в) 1 Вт/м², г) 100 Вт/м²; 15. Диапазон длин от 21,3 м до 17,0 мм; 16. 13,3 мм, 56,6 мм.
- 5.12** 7. 210 км.
- 5.13** ^(y) 4. $x = 7 \sin(2\pi t + 1,43)$ (см); 5. 2,2 см, 1,1 рад.
- 5.14** ^(y) 4. π (рад); 5. $y = 2 \sin(40\pi t - \frac{\pi}{6} x)$ (см), $\frac{43\pi}{6}$ (рад), -1 см; 6. $\pi/30$ (м⁻¹).
- 5.16** ^(y) 2. а) 1,5 м; б) 0,75 м; 3. максимум - 1000 м, минимум - 1250 м; 4. 2 кГц.

МИХАЙ МАРИНЧУК
СПИРИДОН РУСУ



Физика

Учебник для 10-го класса

